

# Modélisation de systèmes quasi-optiques et de composants originaux pour la mesure de signaux THz

Gregory Gaudin

### ▶ To cite this version:

Gregory Gaudin. Modélisation de systèmes quasi-optiques et de composants originaux pour la mesure de signaux THz. Electromagnétisme. IMT Atlantique, 2024. Français. NNT: 2024 IMTA0430. tel-04874667

## HAL Id: tel-04874667 https://imt-atlantique.hal.science/tel-04874667v1

Submitted on 8 Jan 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.







# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE MINES-TÉLÉCOM ATLANTIQUE BRETAGNE PAYS DE LA LOIRE – IMT ATLANTIQUE

ÉCOLE DOCTORALE Nº 648

Sciences pour l'Ingénieur et le Numérique

Spécialité: Ondes acoustiques, électromagnétismes et Matériaux

Par

# **Gregory GAUDIN**

Modélisation de systèmes quasi-optiques et de composants originaux pour la mesure de signaux THz

Thèse présentée et soutenue à IMT Atlantique, Brest, le 6 décembre 2024

Unité de recherche : Lab-STICC (UMR 6285)

Thèse Nº : 2024IMTA0430

### Rapporteurs avant soutenance:

Valérie MADRANGEAS Professeure, Université de Limoges Bruno SAUVIAC Professeur, Université de Saint-Etienne

### **Composition du Jury:**

Présidente : Geneviève MAZE-MERCEUR Directrice de recherche, CEA/CESTA Bordeaux

Examinateur·trice·s: Valérie MADRANGEAS Professeure, Université de Limoges

Bruno SAUVIAC Professeur, Université de Saint-Etienne

Christophe BOURLIER Directeur de recherche CNRS, Université de Nantes

Antoine GUILLE Ingénieur Terakalis Montpellier

Dir. de thèse : Alain PEDEN Professeur, IMT Atlantique - campus de Brest

Encadrants : Clément HENRY Maître de conférences, IMT Atlantique - campus de Brest Maître de conférences, IMT Atlantique - campus de Brest

Invité:

Christophe ARCHIER Ingénieur, Terakalis Montpellier

# Remerciements

Tout d'abord, je souhaite témoigner ma reconnaissance à Terakalis, IMT Atlantique et l'ANRT pour le financement de cette thèse au travers d'un contrat CIFRE. Après mon parcours d'ingénieur par apprentissage, ce nouveau partenariat académie-industrie a été une riche aventure.

Je vais commencer par un immense merci à mon directeur de thèse, Alain PEDEN, pour sa confiance, sa gentillesse, ses conseils précieux et son accompagnement tout au long de ce projet. Alain, ta rigueur scientifique, tes encouragements et ta disponibilité m'ont permis de surmonter les défis et de mener à bien cette thèse.

Je tiens à remercier chaleureusement Clément HENRY, Daniel BOUR-REAU et Antoine GUILLE, mes encadrants. Leur aide dans les démarches administratives, leur soutien indéfectible et leurs conseils avisés ont grandement contribué à l'avancement de mes recherches. Leurs retours constructifs m'ont permis d'élargir mes perspectives, d'explorer de nouvelles voies et ont enrichi mes réflexions. Je les remercie également pour les nombreuses discussions stimulantes que nous avons eues, qui ont été une source d'inspiration et de motivation. Clément, ta vision, ta rigueur et ta bienveillance sont extraordinaires. Ton aide dans l'écriture des articles, dans la préparation des conférences et pour m'aider à surmonter le stress de présenter devant tout le monde a été très précieuse. Daniel, ta culture tant personnelle que scientifique est sidérante. Ta patience aussi, durant nos longs débats, mais aussi avant même de commencer la thèse, lorsque j'étais encore en plein doute sur quel sujet j'allais retenir. Et enfin, Antoine, ta gentillesse, ton accompagnement et ta bonne humeur ont également été précieux.

Un grand merci à Valérie MADRANGEAS et Bruno SAUVIAC, rapporteurs de ce mémoire, ainsi qu'à Geneviève MAZE-MERCEUR et Christophe BOURLIER, membres de mon jury. Leur temps consacré à l'examen de mon travail et leurs remarques constructives ont grandement contribué à enrichir ce projet et à en améliorer la qualité.

Et parce qu'on ne travaille jamais seul, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers mes collègues et amis du laboratoire Lab-STICC à Brest, en particulier ceux des départements Micro-Ondes et Optique d'IMT Atlantique,

ainsi que de l'entreprise Terakalis à Montpellier. Travailler avec vous a été une expérience très enrichissante, tant sur le plan professionnel que personnel. Vos discussions, votre soutien et la bonne ambiance au sein de l'équipe ont rendu cette thèse beaucoup plus agréable.

Les moments passés entre thésards pour échanger, s'entraider et se remonter le moral dans les moments de doute sont une mine d'or. Je pense à Nicholas, de la même promotion FIP à IMT Atlantique, qui m'a grandement aidé dans le choix de mon sujet de thèse et dans la compréhension de notions qui m'étaient au départ difficiles à appréhender, notamment en électronique et en électromagnétisme. Je ne suis pas sûr d'avoir fait une thèse dans ce domaine si je ne t'avais pas rencontré. Une pensée aussi à Guillaume, Loïc et Théo, pour tous les moments conviviaux.

Et, bien sûr, un remerciement tout particulier à Camille HUE, ma compagne, pour sa bienveillance, son soutien moral et sa disponibilité depuis qu'elle m'accompagne dans cette aventure, même dans les moments les plus difficiles. Je ne compte pas le nombre de fois où j'ai pu te dire que j'allais arrêter, et ce même une semaine avant la soutenance. Et on ne parle pas des nombreux moments de stress, d'inquiétude, de fatigue, suivis de moments d'excitation et de joie quand, enfin, de beaux résultats arrivent. Je me rappelle lorsque tu me demandais d'arrêter de d'écrire des insultes quand tu voyais d'étranges équations inscrites sur mon tableau blanc. Certaines d'entre elles ont fini dans ce manuscrit, je te les dédicace.

Je ne peux pas oublier mes amis, mes surs, mon oncle et ma tante, qui m'ont toujours soutenu avec bienveillance et compréhension. Leur patience et leur confiance m'ont permis de rester motivé et d'aller jusqu'au bout de ce projet.

Enfin, je remercie toutes les personnes, proches ou lointaines, qui ont contribué, d'une manière ou d'une autre, à la réussite de cette thèse.

# Table des matières

In	$\operatorname{trod}$	uction		1
1	Fais	sceaux	gaussiens vectoriels généralisés	5
	1.1	Introd	luction	6
	1.2	Formu	ulation d'un faisceau gaussien généralisé	6
		1.2.1	Formulation scalaire	6
		1.2.2	Séparation des termes de phase et d'amplitude	10
		1.2.3	Normalisation de la fonction scalaire	13
		1.2.4	Approche vectorielle	15
	1.3	Suivi	d'un faisceau gaussien vectoriel généralisé	17
		1.3.1	État des techniques de suivi de faisceaux	18
		1.3.2	Calcul des coefficients transversaux des faisceaux générés	20
		1.3.3	Calcul des matrices de courbures des faisceaux générés .	23
		1.3.4	Raccord de phase et d'amplitude complexe	26
		1.3.5	Comparaisons avec l'optique matricielle	29
	1.4	Concl	usion	32
2	Déc	compos	sition d'un champ électromagnétique	33
	2.1	Introd	luction	34
		2.1.1	Décomposition en ondes planes	34
		2.1.2	Décomposition en modes normaux	35
		2.1.3	Décomposition en faisceaux gaussiens	35
	2.2	Princi	pe de la décomposition multi-faisceaux	37
	2.3	Analy	se de la qualité de la décomposition	41
		2.3.1	Qualité de la décomposition en fonction de la taille du	
			faisceau incident	43

### TABLE DES MATIÈRES

		2.3.2	Qualité de la décomposition en fonction de la distance	
			inter-faisceau	46
		2.3.3	Impact du facteur de recouvrement	48
		2.3.4	Qualité de la décomposition en fonction de la courbure	
			de la surface de décomposition	50
	2.4	Décon	aposition du champ électrique reçu à l'ouverture d'une	
		struct	ure guidée	51
		2.4.1	Champs à l'ouverture	52
		2.4.2	Propagation dans la sonde	53
	2.5	Applic	eation à un faisceau émis par un cornet diagonal	55
		2.5.1	Modélisation du cornet comme structure guidée	55
		2.5.2	Modélisation du cornet en espace libre	59
	2.6	Conclu	usion	61
3	Mo	délisat	ion d'un banc de caractérisation de matériaux	63
	3.1	Introd	uction	65
		3.1.1	État de l'art de la modélisation de paramètres S en es-	
			pace libre	65
		3.1.2	Modèle analytique d'une lame diélectrique à faces paral-	
			lèles	69
		3.1.3	Étalonnage Thru-Reflect-Line	70
	3.2	Modél	isation du banc de caractérisation en bande J (220-330	
		GHz)		73
		3.2.1	Présentation du banc	73
		3.2.2	Configuration de la modélisation et hypothèses	75
		3.2.3	Simulation de la GOLA seule et comparaison avec des	
			mesures expérimentales	77
		3.2.4	Simulation de l'étalonnage sans défaut	80
		3.2.5	Simulation avec une lame diélectrique de rexolite	82
		3.2.6	Défauts sur la position des lentilles sans défaut sur l'échan-	
			$tillon \ldots \ldots$	86
		3.2.7	Défauts sur l'orientation des lentilles sans défaut sur	
			l'échantillon	89

		3.2.8	Simulation d'un montage expérimental réaliste avec des défauts mineurs	g <sup>2</sup>
	3.3	Modél	isation du banc de caractérisation en bande W (75-110	
	0.0			
		3.3.1	Présentation du banc	
		3.3.2	Simulation du banc avec étalonnage	
		3.3.3	Impact de l'inclinaison de la lame diélectrique sur la me-	
			sure et la simulation des paramètres S	. 97
		3.3.4	Étude de la variation du paramètre de transmission en	
			fonction de l'angle d'inclinaison du MUT	. 100
	3.4	Concl	usion	. 103
4	Mo	délisat	ion d'un composant quasi-optique (confidentiel)	105
C	onclu	ısion g	énérale	<b>12</b> 1
$\mathbf{A}$	nnex	es		125
$\mathbf{A}$	Out	il de s	imulation de système quasi-optique	127
	A.1	Préser	ntation du simulateur	. 127
	A.2	Modél	isation des composants quasi-optiques	. 129
		A.2.1	Discrétisation	. 129
		A.2.2	Accélération de la recherche d'intersections	. 130
		A.2.3	Calcul de l'intersection avec un triangle	. 132
		A.2.4	Détermination des paramètres de la surface au point	
			d'intersection	
			Synthèse des calculs du lancer de faisceaux	
	A.3	Décon	aposition de l'espace en domaines de calcul	. 137
В	Rayonnement d'une antenne à ouverture			
	B.1	Introd	uction	. 139
	B.2	Formu	de de rayonnement en champ proche	. 140
$\mathbf{C}$	Mét		du raccordement de modes	143
	C.1	Introd	uction	. 143
	C.2	Expre	ssion des champs électrique et magnétique modaux	. 143

### TABLE DES MATIÈRES

C.3	Détermination de la matrice de répartition d'une discontinuité .	145
C.4	Optimisation dans le cas d'un balayage en fréquence	147
C.5	Calcul de la matrice des produits croisés internes normalisée	148
	C.5.1 Cas TE-TE	149
	C.5.2 Cas TM-TM	149
	C.5.3 Cas TE-TM	150
	C.5.4 Généralisation et calcul des intégrales des produits croi-	
	sés internes	150
C.6	Extension à plusieurs discontinuités	151
Bibliog	graphie	<b>15</b> 3
Liste d	les publications	165
Glossa	ire et Acronymes	167

# INTRODUCTION

Le rayonnement térahertz (THz), situé entre les micro-ondes et l'infrarouge dans le spectre électromagnétique (de 100 GHz à 30 THz, voir Figure 1), suscite un intérêt croissant en raison de ses propriétés. Contrairement aux rayonnements ionisants tels que les rayons X, les ondes THz sont non destructives et inoffensives pour les tissus biologiques, tout en étant capables de pénétrer de nombreux matériaux non conducteurs comme les plastiques, les céramiques, les textiles ou certains composites. Ces propriétés font du rayonnement THz un outil adapté pour diverses applications allant de l'imagerie à la détection de substances chimiques, en passant par le contrôle non destructif (CND) de matériaux et de structures. Le contrôle non destructif par imagerie THz constitue une technique prometteuse pour l'inspection de matériaux industriels ou composites, notamment dans les secteurs de l'aéronautique, de l'automobile, ou encore des technologies de pointe. Cette méthode permet de visualiser et de cartographier l'intérieur des matériaux avec une résolution suffisante pour détecter des défauts tels que des fissures, une pollution chimique ou un défaut de fabrication.

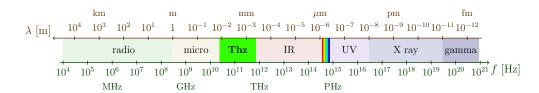


FIGURE 1 – Spectre électromagnétique avec focus sur la bande THz en vert.

Afin de permettre l'utilisation des ondes THz dans ces applications, il est crucial de pouvoir prédire leur interaction avec la matière. La caractérisation de matériaux est alors une étape importante pour déterminer les propriétés diélectriques de ces matériaux. Des techniques comme la résonance en cavité, la caractérisation en guide ou la caractérisation en espace libre sont alors utilisées [1]. Ces 3 techniques reposent sur l'interaction des ondes THz avec le matériau sous test et sont particulièrement adaptées aux matériaux qui sont transparents ou semi-transparents à ces fréquences, comme les plastiques, les

céramiques et certains polymères. Alors que les deux premières techniques requièrent généralement d'usiner les échantillons à de faibles dimensions (typiquement inférieures au millimètre dans le domaine THz), la caractérisation en espace libre est une méthode permettant de mesurer les propriétés diélectriques des matériaux telles que la permittivité complexe directement à partir d'un échantillon non usiné. La configuration expérimentale typique pour une caractérisation en espace libre comprend une source THz, des composants quasi-optiques (lentilles, miroirs) pour focaliser le faisceau sur l'échantillon, et un analyseur de réseau vectoriel pour acquérir les paramètres de réflexion et de transmission complexes. Leur analyse permet de remonter aux propriétés diélectriques du matériau.

Le développement de ces techniques nécessite une optimisation continue des composants quasi-optiques QO, mais également des simulations numériques pour comprendre l'interaction des ondes THz avec les composants QO des bancs de mesure et le matériau sous test. Toutefois, les méthodes de simulation traditionnelles, souvent basées sur des approches dites full-wave, comme la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) ou la méthode des moments (MoM), ne sont ici pas bien adaptées. Ces méthodes résolvent de manière exhaustive les équations de Maxwell pour chaque point du domaine de calcul. Elle deviennent difficilement applicables aux fréquences THz en raison de la taille physique des composants par rapport à la longueur d'onde. En effet, à ces fréquences, la longueur d'onde est inférieure au millimètre et les composants quasi-optiques sont souvent de plusieurs ordres de grandeur plus grands que cette longueur d'onde. Cela implique un maillage extrêmement fin qui génère un nombre trop important d'inconnues à déterminer, et qui augmente de façon conséquente les ressources informatiques nécessaires, en termes de mémoire et de temps de calcul.

Pour surmonter ces limitations, des approches approximatives (aussi appelées asymptotiques) ou hybrides sont souvent privilégiées. Par exemple, des méthodes telles que l'optique géométrique (GO), l'optique physique (PO), le lancer de rayons ou encore le lancer de faisceaux élémentaires (par exemple à profil gaussien) peuvent être utilisées pour modéliser des systèmes THz complexes. Dans certains cas, des approches hybrides combinant des méthodes

full-wave locales pour les régions où les effets d'interférence et de diffraction sont importants, et des techniques asymptotiques, pour les régions où les ondes se propagent librement, permettent d'obtenir un bon compromis entre précision et faisabilité.

L'objectif de ce manuscrit est de modéliser des systèmes quasi-optiques dédiés à la caractérisation de matériaux et à l'imagerie THz pour le contrôle non destructif. Le formalisme des faisceaux à profil d'intensité gaussien et de leur interaction avec la matière est détaillé dans le Chapitre 1 et servira de fondement à l'outil de simulation développé au cours des travaux présentés.

Pour utiliser des faisceaux gaussiens quel que soit le champ électrique incident, il est nécessaire de décomposer un champ arbitraire en une série de faisceaux gaussiens. Ce procédé, explicité dans le Chapitre 2, permet d'utiliser l'outil de simulation avec divers types de sources électromagnétiques. Par ailleurs, ce chapitre introduit d'autres techniques de décomposition utiles pour simuler les cornets en réception et en émission, permettant ainsi la modélisation complète d'un système quasi-optique.

Le Chapitre 3 est consacré à l'application du simulateur pour modéliser un banc de caractérisation en espace libre, similaire à ceux utilisés au sein du département Micro-Ondes de IMT Atlantique. L'objectif étant d'estimer l'impact d'éventuels défauts dans la configuration d'un banc sur les mesures réalisées et sur l'extraction des propriétés diélectriques ou autres des matériaux caractérisés.

Dans le Chapitre 4, une seconde application est présentée avec la simulation d'une tête de mesure intégrant une antenne focalisante et un téléobjectif, destinée à l'imagerie THz pour le contrôle non destructif.

Enfin, une conclusion générale sur les travaux de cette thèse est proposée, accompagnée de perspectives de travaux futurs qui pourront être menés à partir des développements réalisés.

# FAISCEAUX GAUSSIENS VECTORIELS GÉNÉRALISÉS ET INTERACTION AVEC DES ÉLÉMENTS QUASI-OPTIQUES

1.1	Intro	oduction	6
1.2	Forn	nulation d'un faisceau gaussien généralisé	6
	1.2.1	Formulation scalaire	6
	1.2.2	Séparation des termes de phase et d'amplitude	10
	1.2.3	Normalisation de la fonction scalaire	13
	1.2.4	Approche vectorielle	15
1.3	Suiv	i d'un faisceau gaussien vectoriel généralisé .	17
	1.3.1	État des techniques de suivi de faisceaux	18
	1.3.2	Calcul des coefficients transversaux des faisceaux gé-	
		nérés	20
	1.3.3	Calcul des matrices de courbures des faisceaux générés	23
	1.3.4	Raccord de phase et d'amplitude complexe	26
	1.3.5	Comparaisons avec l'optique matricielle	29
1.4	Cone	clusion	32

### 1.1 Introduction

Les faisceaux gaussiens sont régulièrement utilisés en optique et photonique pour décrire la propagation d'un faisceau via une formulation scalaire. Les formulations et théories nécessaires à leur manipulation sont largement décrites dans le livre de Goldsmith [2].

L'objectif de cette section est de présenter la formation utilisée dans cette thèse. Nous verrons au chapitre 2 qu'un champ électromagnétique peut être décrit comme une superposition de faisceaux gaussiens élémentaires. Pour cela, il est nécessaire de définir ces faisceaux de manière à exprimer leur champ électrique sous une forme vectorielle. Cette approche doit être suffisamment générale pour pouvoir décrire la propagation d'un champ électromagnétique à travers un système quasi-optique, dont les éléments peuvent être désalignés ou dépourvus de symétrie dans leurs géométries.

# 1.2 Formulation d'un faisceau gaussien généralisé

### 1.2.1 Formulation scalaire

Les faisceaux gaussiens ont été initialement utilisés pour modéliser la propagation des faisceaux laser. Leur expression provient de la résolution de l'équation de Helmholtz sous la condition de paraxialité, c'est-à-dire pour des faisceaux ayant une faible divergence par rapport à leur axe de propagation, comme l'a montré Arnaud et al. [3] en 1969. Cette résolution mène à une base de fonctions appelées Gauss-Hermite en coordonnées cartésiennes et Gauss-Laguerre en coordonnées cylindriques.

Dans un faisceau gaussien, dont les paramètres sont illustrés en Figure 1.1, la distribution de l'intensité du champ électromagnétique suit une forme gaussienne. Cela signifie que l'intensité est maximale au centre du faisceau et

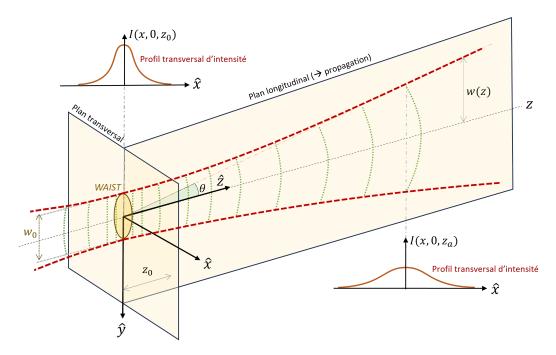


FIGURE 1.1 – Paramètres généralement utilisés pour décrire un faisceau gaussien via une formulation scalaire.

diminue exponentiellement à mesure que l'on s'éloigne de l'axe de propagation. Cette caractéristique rend les faisceaux gaussiens particulièrement utiles pour modéliser des faisceaux collimatés (également qualifié comme paraxiaux) et dont le profil d'intensité diminue de manière exponentielle avec la distance par rapport à l'axe central du faisceau.

Pour tenir compte de la propagation du faisceau dans un diélectrique non parfait, nous introduisons la constante de propagation complexe

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n - j\kappa) = k_0 (n - j\kappa) \in \mathbb{C}, \tag{1.1}$$

avec  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  le nombre d'onde dans le vide, où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide. Le milieu de propagation est caractérisé par son indice de réfraction complexe  $n-j\kappa$ , où n est l'indice de réfraction réél et  $\kappa$  le coefficient d'extinction caractérisant les pertes. Cette entité est liée à la permittivité relative complexe  $\epsilon_r = \epsilon_{re} - j\epsilon_{im}$  par la relation :

$$n - j\kappa = \sqrt{\epsilon_{re} - j\epsilon_{im}},\tag{1.2}$$

où  $\sqrt{a}$  représente ici la racine carrée du nombre complexe a.

En trois dimensions, la résolution de l'équation de Helmholtz sous la condition de paraxialité conduit à la formulation du mode fondamental d'un faisceau gaussien simplement astigmatique se propageant suivant l'axe  $\hat{z}$  [2, p. 17][4, p.20][5, p.17],

$$u(x,y,z) = u_0 \exp\left\{-\frac{x^2}{w_x^2(z)} - \frac{y^2}{w_y^2(z)} - j\gamma \left[z - \left(\frac{x^2}{2R_x(z)} + \frac{y^2}{2R_y(z)}\right)\right] + j\eta(z)\right\},\tag{1.3}$$

où  $u_0 \in \mathbb{C}$  désigne le terme de normalisation,  $w_a(z) \in \mathbb{R}$  le rayon du faisceau à la position z le long de l'axe a,  $R_a(z)$  le rayon de courbure du front d'onde en z pour l'axe a, et  $\eta \in \mathbb{R}$  la phase de Gouy, qui représente la différence de phase entre le faisceau et une onde plane de même fréquence [2, p.25], donnée par :

$$\eta(z) = \frac{1}{2} \left[ \arctan\left(\frac{z}{z_{R,x}}\right) + \arctan\left(\frac{z}{z_{R,y}}\right) \right] \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],$$
(1.4)

où  $z_{R,i}$  le paramètre de Rayleigh de l'axe i tel que

$$z_{R_i} = \frac{\pi w_{0,i}^2}{\lambda}, \quad i \in \{1, 2\}, \tag{1.5}$$

avec  $w_{0,i}$  la taille du faisceau à la ceinture pour l'axe i.

En introduisant le paramètre complexe décrit par [2, p.16],

$$q_i = -z_{0,i} + j \frac{nk_0 w_0^2}{2}, (1.6)$$

l'équation 1.3 peut être écrite de manière plus concise en utilisant un paramètre par axe transversal à la propagation,  $q_1$  et  $q_2$ , donnant :

$$u(x, y, z) = u_0 \exp\left\{-\frac{j}{2}\gamma \left(\frac{x^2}{q_1 + z} + \frac{y^2}{q_2 + z}\right) + j(\eta(z) - \gamma z)\right\}.$$
 (1.7)

Le faisceau est qualifié d'astigmate lorsque les paramètres  $q_1$  et  $q_2$  diffèrent.

La phase de Gouy  $\eta(z)$  peut également être exprimée avec les paramètres complexes, telle que

$$\eta(z) = \frac{1}{2} \left[ \arg\left(\frac{j}{q_1 + z}\right) + \arg\left(\frac{j}{q_2 + z}\right) \right].$$
(1.8)

L'équation 1.7 est une forme particulière de faisceau gaussien. Elle peut également être formulée sous forme matricielle [6],

$$u(\boldsymbol{\rho}, z) = u_0(z) \exp \left\{ \underbrace{-j\gamma \frac{1}{2} \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}(z) \boldsymbol{\rho} + j\phi(z)}_{\varphi_i} \right\}, \tag{1.9}$$

avec  $\rho = [x \ y]^{\mathrm{T}}$  et  $\mathbf{Q}(z) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  la matrice de courbure complexe. Cette dernière est dépendante des paramètres complexes  $q_1$  et  $q_2$ . Si  $\mathbf{Q}(z)$  est diagonale, alors

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \frac{1}{q_1 + z} & 0\\ 0 & \frac{1}{q_2 + z} \end{bmatrix}, \tag{1.10}$$

le faisceau est alors qualifié comme astigmate simple, et l'équation 1.9 est strictement équivalente à l'équation 1.7. L'angle de rotation entre les axes de l'ellipse de constante amplitude et les axes transversaux du repère local est nul. Pour un faisceau gaussien, l'ellipse de constante amplitude transverse à l'axe de propagation représente les contours d'intensité équivalente du faisceau. Ces contours deviennent elliptiques si le faisceau est astigmatique. La taille d'un faisceau gaussien,  $w_i(z)$ , représente la distance à laquelle l'amplitude du faisceau à chuté de 1/e. Dans le cas d'un faisceau simplement astigmate, on peut écrire  $q_1 = q_x$  et  $q_2 = q_y$ . L'expression du paramètre complexe (Équation 1.6) permet de déduire la position de la ceinture pour chaque axe transverse  $i \in \{1, 2\}$ ,

$$z_{0,i} = -\Re(q_i),\tag{1.11}$$

ainsi que la taille du faisceau en cette position,

$$w_{0,i} = \sqrt{\frac{2\Im(q_i)}{nk_0}}. (1.12)$$

Dans le cas contraire, il s'agit d'un faisceau astigmate généralisé. Les éléments de la matrice de courbure dépendent alors tous des paramètres complexes  $q_1(z)$  et  $q_2(z)$  et d'un angle complexe  $\theta$  [7, p. 351][8, p.40-42]. Ce dernier représente la rotation de l'ellipse de constante amplitude du faisceau autour de l'axe z durant la propagation [6]. On ne peut alors plus associer un paramètre complexe à un axe en particulier. Pour ce type de faisceau, la notion de ceinture n'existe donc pas. L'expression de la

matrice de courbure devient

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{q_1 + z} + \frac{\sin^2 \theta}{q_2 + z} & \frac{1}{2} \sin 2\theta \left( \frac{1}{q_1 + z} - \frac{1}{q_2 + z} \right) \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta \left( \frac{1}{q_1 + z} - \frac{1}{q_2 + z} \right) & \frac{\sin^2 \theta}{q_1 + z} + \frac{\cos^2 \theta}{q_2 + z} \end{bmatrix}.$$
(1.13)

Les paramètres complexes  $q_1$  et  $q_2$  sont déterminées lors de la génération du faisceau.

Un faisceau astigmate généralisé peut être obtenu suite à la traversée successive de plusieurs interfaces courbes dont les plans d'incidences ne sont ni coplanaires ni orthogonaux [6, p.6031].

Il s'agit de la forme la plus générale pour exprimer un faisceau gaussien. Les matrices de courbure des faisceaux circulaires ou simplement astigmatiques sont ainsi des cas particuliers de l'équation 1.13.

### 1.2.2 Séparation des termes de phase et d'amplitude

Comme  $\gamma$  et  ${\bf Q}$  peuvent être tous deux complexes, il peut être utile de séparer les composantes réelles et imaginaires pour en déduire les phases et amplitudes réelles de la fonction gaussienne, et ainsi pouvoir quantifier les éventuelles pertes de propagation. On obtient

$$u(\boldsymbol{\rho}, z) = u_0 \exp\left\{-k_0 \kappa z\right\} \underbrace{\exp\left\{\boldsymbol{\rho}^t \mathbf{W}(z) \boldsymbol{\rho}\right\}}_{A(z)} \exp\left\{-j\left(\frac{nk_0}{2} \boldsymbol{\rho}^t \mathbf{P}(z) \boldsymbol{\rho} - \eta(z) + k_0 nz\right)\right\},$$
(1.14)

avec :

$$\mathbf{W}(z) = \frac{nk_0}{2} \left[ \Im \left\{ \mathbf{Q}(z) \right\} + \frac{\kappa}{n} \Re \left\{ \mathbf{Q}(z) \right\} \right]$$
 (1.15a)

$$\mathbf{P}(z) = \Re\left\{\mathbf{Q}(z)\right\} - \frac{\kappa}{n}\Im\left\{\mathbf{Q}(z)\right\} \tag{1.15b}$$

On peut remarquer que le terme  $k_0 \kappa = \frac{2\pi \kappa}{\lambda}$  correspond au coefficient d'absorption de la loi de Beer-Lambert. Pour que l'exponentielle réelle soit bien décroissante, il est nécessaire d'avoir  $\rho^t \mathbf{W}(z) \rho < 0$ .

La diagonalisation de **W** peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{W}_d(z) = \frac{nk_0}{2} \begin{bmatrix} e_1 & 0\\ 0 & e_2 \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

où  $e_1$  et  $e_2$  sont les valeurs propres de  $\Im\{\mathbf{Q}(z)\} + \frac{\kappa}{n}\Re\{\mathbf{Q}(z)\}$  suivant chaque axe  $i \in \{1, 2\}$ .

Pour calculer la taille du faisceau  $w_i(z)$  sur chaque axe i, il est essentiel de se référer à sa définition : le rayon  $w_i(z)$  correspond à la distance à partir de l'axe central où l'amplitude du faisceau diminue à 1/e de sa valeur maximale au centre du faisceau. Le terme de la loi de Beer-Lambert,  $\exp\{-k_0\kappa z\}$ , est ignoré, car il affecte uniformément l'ensemble du plan transversal à une position z donnée. Par conséquent, on obtient :

$$\exp\left\{\boldsymbol{\rho}^{t}\mathbf{W}_{d}(z)\boldsymbol{\rho}\right\} = \frac{1}{e}.$$
(1.17)

Après l'application du logarithme népérien, l'équation 1.17 s'exprime sous la forme suivante :

$$x^{2} \underbrace{\frac{nk_{0}e_{1}}{-2}}_{1} + y^{2} \underbrace{\frac{nk_{0}e_{2}}{-2}}_{1} = 1, \tag{1.18}$$

qui représente l'équation d'une ellipse de demi-axes

$$w_i(z) = \sqrt{-\frac{2}{nk_0e_i}}, \quad i \in 1, 2.$$
 (1.19)

ARNAUD et al. [9] et KOCHKINA [8] ont détaillé l'expression analytique de ces valeurs propres en fonction des paramètres q et  $\theta$ , que nous n'utiliserons pas dans le cadre de cette thèse, préférant l'utilisation de l'algèbre linéaire pour calculer directement  $e_1$  et  $e_2$ .

Dans le cas d'un faisceau simplement astigmate,  $\mathbf{W}$  est directement diagonale et le vecteur  $\mathbf{w}(z)$  des tailles du faisceau pour chaque axe se détermine avec les termes diagonaux,

$$\boldsymbol{w}(z) = \sqrt{-\frac{1}{\operatorname{diag}(\mathbf{W})}}.$$
 (1.20)

Dans un milieu sans perte et pour un faisceau simplement astigmate, on a  $\kappa = 0$ 

et donc  $\mathbf{W} = \frac{nk_0}{2}\Im\left\{\mathbf{Q}(z)\right\}$ , l'équation 1.20 s'exprime

$$\boldsymbol{w}(z) = \sqrt{-\frac{2}{nk_0 \operatorname{diag}(\Im\left\{\mathbf{Q}(z)\right\})}}.,$$
(1.21)

qui est strictement similaire à l'équation 1.31.

Tout comme Q, la matrice **W** peut être exprimée en fonction des paramètres physiques [8, p.45] : les demi-axes  $w_1(z)$  et  $w_2(z)$  de l'ellipse définie par une amplitude constante de 1/e, ainsi que l'angle  $\phi(z)$  entre ces demi-axes et les axes transverses du repère local du faisceau,

$$\mathbf{W}(z) = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \phi}{w_1^2(z)} + \frac{\sin^2 \phi}{w_2^2(z)} & \frac{1}{2} \sin 2\phi \left(\frac{1}{w_1^2(z)} - \frac{1}{w_2^2(z)}\right) \\ \frac{1}{2} \sin 2\phi \left(\frac{1}{w_1^2(z)} - \frac{1}{w_2^2(z)}\right) & \frac{\sin^2 \phi}{w_1^2(z)} + \frac{\cos^2 \phi}{w_2^2(z)} \end{bmatrix}.$$
(1.22)

L'angle  $\phi$  est déterminé avec les éléments de la matrice  $\mathbf{W}$ ,

$$\frac{W_{12} + W_{21}}{W_{11} - W_{22}} = \frac{\sin 2\phi}{\cos^2 \phi - \sin^2 \phi} = \frac{\sin 2\phi}{\cos 2\phi} = \tan 2\phi. \tag{1.23}$$

La Figure 1.2 montre la variation de cet angle pour un faisceau caractérisé par les paramètres  $q_1=3,6^2jk/2$  mm,  $q_2=-5+2,3^2jk/2$  mm, et  $\theta=20+10j$ .

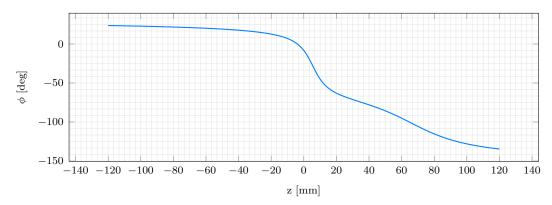
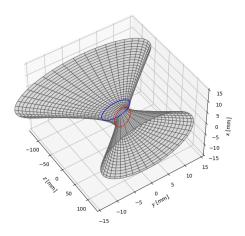
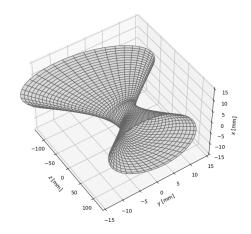


FIGURE 1.2 – Évolution de l'angle de rotation de l'ellipse de constante amplitude le long de l'axe de propagation pour un faisceau astimagitique généralisé de paramètres  $q_1 = 3.6^2 jk/2$  mm,  $q_2 = -5 + 2.3^2 jk/2$  mm et  $\theta = 20 + 10j$  deg.

Une comparaison est effectuée entre deux faisceaux ayant les mêmes caractéristiques, excepté le fait que l'un soit simplement astigmatique, tandis que l'autre est





- (a) Faisceau simplement astigmatique
- (b) Faisceau astigmatique généralisé

FIGURE 1.3 – Comparaison entre un faisceau simplement astigmatique et généralisé pour les mêmes paramètres  $q_1 = 3.6^2 jk/2$  mm et  $q_2 = -5 + 2.3^2 jk/2$  mm. L'angle de rotation du faisceau généralisé est de  $\theta = 20 + 10j$ . Les ellipses rouge et bleue localisent la position des deux ceintures du faisceau simplement astigmate.

généralisé avec un angle de rotation complexe de  $\theta = 20 + 10j$ , comme illustré en figure 1.3. On observe que le faisceau généralisé subit une torsion en raison de sa rotation sur lui-même le long de sa propagation, ce phénomène étant causé par la partie imaginaire de  $\theta$ . De plus, il n'est plus possible de délimiter deux ceintures (une par axe) pour ce type de faisceau.

### 1.2.3 Normalisation de la fonction scalaire

Il existe plusieurs méthodes de normalisation, suivant le formalisme dans lequel le faisceau gaussien sera utilisé. Il est possible de normaliser avec le maximum d'amplitude du champ électrique au waist<sup>1</sup> du faisceau, au niveau de l'axe optique du faisceau, tel que présenté par Goldsmith [2, p.15] et utilisé dans [10, p.2] et [11, p.656]. Il est également possible de normaliser la fonction en puissance, en considérant que la puissance contenue dans chaque plan transverse infini est unitaire

$$P(z) = \frac{n}{Z_0} \iint_{xy} |u(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 \cdot d\boldsymbol{\rho} = 1.$$
 (1.24)

<sup>1.</sup> Également appelé ceinture

Pour l'approche vectorielle étudiée en section 1.2.4, cela implique que la norme du vecteur de polarisation soit également unitaire. Cette normalisation suppose que les champs électriques et magnétiques sont liés comme pour une onde plane, ce qui n'est valable que dans l'hypothèse de paraxialité [2, p.15]. Il est à noter que la conservation de l'énergie s'étudie dans un milieu sans pertes, soit  $\kappa = 0$ . L'équation 1.14 se simplifie alors et il est possible d'écrire :

$$|u(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 = u_0^2(z) \exp\left\{nk_0 \boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}} \underbrace{\Im\left\{\mathbf{Q}(z)\right\}}_{<0} \boldsymbol{\rho}\right\}.$$
 (1.25)

L'intégrale de l'équation 1.24 peut être calculée en appliquant le théorème de Gauss sur les intégrales gaussiennes multi-dimensionnelles (ici à deux dimensions) :

$$\iint_{xy} \exp\left\{\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}\boldsymbol{\rho}\right\} \mathrm{d}\boldsymbol{\rho} = \frac{2\pi}{\sqrt{\det(\mathbf{G})}}.$$
 (1.26)

En posant:

$$G = \frac{1}{2}nk_0 \begin{bmatrix} 2\Im\{\mathbf{Q}_{11}\} & \Im\{\mathbf{Q}_{12} + \mathbf{Q}_{21}\} \\ \Im\{\mathbf{Q}_{12} + \mathbf{Q}_{21}\} & 2\Im\{\mathbf{Q}_{22}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2g_1 & g \\ g & 2g_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{1.27}$$

on obtient:

$$P(z) = \frac{n}{Z_0} \frac{2\pi}{\sqrt{\det(\mathbf{G})}} u_0^2(z) = 1, \tag{1.28}$$

où  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  est l'impédance de l'onde dans le vide et  $\det(\mathbf{G}) = 4g_1g_2 - g^2$ . Il est maintenant possible d'isoler le terme de normalisation  $u_0(z)$  décrit dans [6, p.6033, eq. 16]

$$u_0(z) = \sqrt{\frac{k_0 Z_0}{2\pi}} \sqrt{4\Im \left\{ \mathbf{Q}_{11}(z) \right\} \Im \left\{ \mathbf{Q}_{22}(z) \right\} - \left(\Im \left\{ \mathbf{Q}_{12}(z) + \mathbf{Q}_{21}(z) \right\} \right)^2}.$$
 (1.29)

Dans le cadre d'un faisceau simplement astigmate, on retrouve

$$u_0(z) = \sqrt{\frac{Z_0}{2n}} \sqrt{\frac{2}{\pi w_1(z)w_2(z)}},$$
(1.30)

similaire à l'équation [2, p.17, eq. 2.32a], en considérant que

$$\Im\left\{\frac{1}{q_{1,2}(z)}\right\} = -\frac{2}{nk_0w_{1,2}^2(z)}. (1.31)$$

Le facteur de proportionnalité dans l'équation 1.30 s'explique par le fait que la normalisation réalisée par Goldsmith [2] utilise l'intensité et non la puissance, et donc résout

$$\iint\limits_{xy} |u(\boldsymbol{\rho}, z)|^2 \cdot \mathrm{d}x \mathrm{d}y = 1. \tag{1.32}$$

Dans le cadre de cette thèse, nous choisirons la normalisation en puissance pour le faisceau gaussien. Cette approche est utile non seulement pour décomposer un champ électromagnétique, mais aussi pour servir de source électromagnétique dans le système. En effet, la normalisation en puissance est souvent privilégiée dans les contextes pratiques et analytiques où la puissance totale du faisceau est un paramètre essentiel. À l'inverse, la normalisation en taille de waist, bien qu'elle facilite la description géométrique du faisceau et offre une compréhension intuitive de sa propagation et de son comportement à son point de largeur minimale, n'est pas pertinente pour les objectifs de cette thèse.

### 1.2.4 Approche vectorielle

Les fonctions gaussiennes présentées précédemment ne prennent en compte que l'intensité scalaire d'un champ électromagnétique et non sa nature vectorielle. En d'autres termes, elles décrivent uniquement l'amplitude du champ électrique ou magnétique, sans inclure la direction et la polarisation du champ. Pour décrire complètement le champ électrique, il est nécessaire d'utiliser une formulation vectorielle, en pondérant la fonction scalaire u (équation 1.7) par un vecteur de coefficients [11-13]. On écrit alors le champ vectoriel électrique comme

$$E(\boldsymbol{\rho}, z) = E_0(\boldsymbol{\rho}, z) \cdot u(\boldsymbol{\rho}, z), \tag{1.33}$$

et le champ magnétique

$$H(\boldsymbol{\rho}, z) = H_0(\boldsymbol{\rho}, z) \cdot u(\boldsymbol{\rho}, z), \tag{1.34}$$

où les vecteurs complexes  $E_0$  et  $H_0$  représentent la polarisation du faisceau. Leur détermination peut prendre plusieurs formes suivant les hypothèses utilisées.

#### Vecteur de polarisation indépendant de la position

Dans ce cas de figure, le vecteur de polarisation est invariant dans l'espace, comme utilisé par Alaviran et al. [13]. Si on considère que le faisceau se comporte comme une onde TEM, il est alors possible de ne considérer que les composantes transversales du champ, en supposant la composante longitudinale nulle. Des outils de simulation tel que COMSOL implémentent également cette formulation <sup>2</sup>.

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \boldsymbol{E}_0 \cdot u(\boldsymbol{\rho}, z) \tag{1.35}$$

$$H(\boldsymbol{\rho}, z) = H_0 \cdot u(\boldsymbol{\rho}, z) \tag{1.36}$$

#### Vecteur de polarisation dépendant de la position

Un faisceau gaussien n'est cependant généralement pas une onde TEM. Aussi, il peut être intéressant de pouvoir prendre en considération une composante longitudinale. De plus, la polarisation peut également varier suivant la propagation du faisceau. Les champs transversaux sont obtenus en pondérant la fonction scalaire gaussienne par un couple de coefficients [11, p.655],

$$\boldsymbol{E}_{tr}(\boldsymbol{\rho}, z) = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\alpha}_E} u(\boldsymbol{\rho}, z), \tag{1.37a}$$

$$\boldsymbol{H}_{tr}(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{Z} \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha_y \\ \alpha_x \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\rho}, z} u(\boldsymbol{\rho}, z),$$
 (1.37b)

avec  $Z = \frac{Z_0}{n-j\kappa}$  l'impédance complexe du faisceau dans le milieu considéré.

La composante longitudinale est ensuite déduite à partir des dérivées partielles

<sup>2.</sup> https://www.comsol.com/blogs/understanding-the-paraxial-gaussian-beam-formula

des composantes transversales [11, p.655],

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\rho}, z) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{tr}(\boldsymbol{\rho}, z) \\ -\frac{j}{\gamma} \left[ \alpha_x \cdot \partial_x u(\boldsymbol{\rho}, z) + \alpha_y \cdot \partial_y u(\boldsymbol{\rho}, z) \right] \end{bmatrix}, \tag{1.38}$$

avec

$$\partial_x u(\boldsymbol{\rho}, z) = -j\gamma \left[ xQ_{11}(z) + \frac{y}{2} \left( Q_{12}(z) + Q_{21}(z) \right) \right] u(\boldsymbol{\rho}, z). \tag{1.39a}$$

$$\partial_y u(\boldsymbol{\rho}, z) = -j\gamma \left[ yQ_{22}(z) + \frac{x}{2} \left( Q_{12}(z) + Q_{21}(z) \right) \right] u(\boldsymbol{\rho}, z).$$
 (1.39b)

La dérivée d'une fonction gaussienne étant dépendante de la dite fonction gaussienne, il est possible de factoriser l'équation 1.38 par  $u(\boldsymbol{\rho},z)$ , pour obtenir des vecteurs de polarisation  $\boldsymbol{E}_0$  et  $\boldsymbol{H}_0$  ne dépendant que de la coordonnée longitudinale,

$$\boldsymbol{E}_{0}(z) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{E} \\ -\frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{E}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \right) (z) \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix}$$
(1.40a)

$$\boldsymbol{H}_{0}(z) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{H} \\ \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\alpha}_{H}^{\mathrm{T}} \left( \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \right) (z) \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix}$$
(1.40b)

en remarquant que:

$$\left(\mathbf{Q} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\right)(z) = \begin{bmatrix} 2Q_{11}(z) & Q_{12}(z) + Q_{21}(z) \\ Q_{12}(z) + Q_{21}(z) & 2Q_{22}(z) \end{bmatrix}. \tag{1.41}$$

L'outil de simulation développé dans le cadre de cette thèse, présenté en Annexe A, propose les deux types de formulation.

# 1.3 Suivi d'un faisceau gaussien vectoriel généralisé

Tout comme les rayons lumineux, on peut tracer le chemin d'un faisceau gaussien à travers un système quasi-optique. Pour déterminer comment un faisceau interagit avec un élément quasi-optique, tel qu'une lentille ou un miroir, nous étudions dans cette section l'interaction entre un faisceau gaussien et une surface courbe.

### 1.3.1 État des techniques de suivi de faisceaux

Comme discuté précédemment, un Faisceau Gaussien Vectoriel Généralisé (FGVG) peut être décrit par une fonction scalaire associée à un ensemble de coefficients, où la composante longitudinale dépend des composantes transversales.

Étant donné que le faisceau émis par de nombreux systèmes laser peut être modélisé comme un faisceau gaussien, leur propagation et leurs interactions avec la matière ont été largement étudiées. L'ouvrage de Goldsmith [2] compile les connaissances fondamentales sur les faisceaux gaussiens, nécessaires pour leur manipulation sous forme de fonctions scalaires.

ARNAUD et al. [9], après avoir établi le formalisme des faisceaux gaussiens astigmates généralisés, a étudié leur interaction avec une lentille. Par la suite, KOCHKINA [8], dans sa thèse et dans [6], a examiné la réflexion et la réfraction par une interface courbe, en s'appuyant sur les travaux de ALDA et al. [7] et ROHANI et al. [10]. La précision du suivi des faisceaux dépendra de la distance maximale de propagation acceptable avant que le faisceau n'interagisse avec une surface. En effet, les faisceaux gaussiens divergent progressivement, et à mesure que la distance augmente, la zone couverte par le faisceau s'élargit. Si le faisceau parcourt une distance trop grande, la surface couverte peut devenir significative par rapport à la courbure de l'interface ou même à la taille de l'objet étudié.

Chabory et al. [11] ont proposé deux méthodes pour modéliser la propagation d'un faisceau incident sur une surface courbe. La première méthode repose sur l'hypothèse que chaque faisceau est associé à un rayon, ce qui permet de traiter la propagation des faisceaux de manière analogue au lancer de rayons. Cette approche suppose qu'un faisceau incident sur une interface génère un faisceau réfléchi et un faisceau transmis, tous deux conservant leur nature gaussienne [11, p. 659][6, p. 6036]. Cela implique que la courbure de la surface au point d'intersection avec l'axe optique du faisceau gaussien doit être modérée par rapport à la courbure du front d'onde du faisceau. Comme pour le lancer de rayons, cette méthode conduit à la génération d'un grand nombre de faisceaux, ce nombre augmentant considérablement

avec le nombre de faisceaux incidents et le degré de multi-réflexion souhaité.

Une méthode d'analyse couramment utilisée consiste à décomposer le faisceau en un spectre d'ondes planes, également appelé spectre angulaire [14, 15][16, p.1912]. L'interaction d'une onde plane avec une interface obéit aux lois de Snell-Descartes et aux équations de Fresnel, potentiellement ajustées pour des milieux dissipatifs [17]. Cette approche permet de calculer, de manière analytique ou numérique, la réflexion et la transmission du faisceau au niveau d'un dioptre. Les milieux considérés peuvent être isotropes ou anisotropes, et le dioptre peut être constitué d'une simple couche ou de plusieurs couches successives.

La seconde méthode proposée par Chabory et al. [11] consiste à décomposer le champ incident sur une surface en un spectre d'ondes planes, permettant ainsi l'application des lois classiques de réflexion et de réfraction [11, p. 658], plutôt que de se restreindre à l'analyse du faisceau incident en un point spécifique. Les composantes du champ électrique réfléchi et du champ transmis par la surface sont ensuite calculées, en utilisant la surface de l'objet comme plan de décomposition des champs réfractés et réfléchis. Cette méthode présente une complexité réduite, notamment dans le cas de structures multicouches, par rapport à la première méthode. Bien qu'elle s'apparente à la technique de décomposition en ondes planes, elle se distingue par le fait que l'entité décomposée est le faisceau gaussien lui-même. Cependant, cette approche exige que les surfaces exposées au champ incident soient bien définies et puissent être échantillonnées de manière uniforme, ce qui peut s'avérer difficile pour des géométries complexes ou certaines orientations.

SERDYUK [18] utilise une technique analytique pour déterminer la réflexion et réfraction d'un faisceau incident. Le champ résultant n'étant pas sous la forme d'une série de faisceaux gaussiens, il est ici également nécessaire de décomposer le champ résultant avec les contraintes mentionnées ci-dessus.

Il est important de souligner qu'aucune de ces méthodes ne prend en compte de manière exhaustive les effets de diffraction du faisceau au niveau des bords aigus. Cependant, ce phénomène peut être considéré comme négligeable lorsque la taille de l'élément optique est faible par rapport à celle du faisceau incident, à condition qu'il n'interfère pas avec les bords de l'objet. HILLAIRET [4] propose dans sa thèse une approche permettant d'intégrer les effets de diffraction, méthode qui n'a pas été implémentée dans cette étude. En effet, nous faisons l'hypothèse que le faisceau est quasi-paraxial et faiblement incliné par rapport aux éléments optiques. De plus, nous

supposons que les éléments optiques sont suffisamment espacés les uns des autres pour que la diffraction n'ait pas d'impact significatif sur la propagation.

Dans ce manuscrit, nous étudierons des systèmes quasi-optiques composés d'éléments présentant des géométries complexes, conçus à l'aide de logiciels de conception assistée par ordinateur. La complexité de ces géométries rend difficile un échantillonnage uniforme de la surface de l'objet tout en identifiant les zones exposées au rayonnement incident à analyser. Par conséquent, la méthode la plus appropriée pour modéliser ces interactions semble être le suivi des faisceaux par rayons. L'interaction d'un FGVG avec une surface s'effectue alors en quatre étapes distinctes :

- 1. Calculer les polarisations des faisceaux générés.
- 2. Calculer la nouvelle matrice de courbure des faisceaux réfractés et réfléchis.
- 3. Raccorder les phases des faisceaux générés avec celle du faisceau incident.
- 4. Borner les faisceaux dans le domaine spatial.

Les calculs nécessaires sont résumés en pages 134-136 (Annexe A).

# 1.3.2 Calcul des coefficients transversaux des faisceaux générés

Étant donné que chaque faisceau gaussien incident possède son propre repère local (i), il est nécessaire de le reformuler dans un repère approprié pour effectuer les calculs, que nous désignons par (sp), avec pour base  $(\hat{x}_{sp}, \hat{y}_{sp}, \hat{z}_{sp})$ . Ce repère, illustré à la figure 1.4, est défini par le plan d'incidence à l'interface, lequel est déterminé par l'axe optique  $\hat{z}_{loc}$  du faisceau incident et le vecteur normal  $\hat{n}$  à la surface au point d'intersection entre l'axe optique du faisceau et la surface. La détermination de ce dernier est présentée en Annexe A. Les caractéristiques de ce repère sont les suivantes :

— Polarisation parallèle au plan d'incidence (TM ou P) :  $\hat{x}_{sp}/\!\!/(\hat{z}_i,\hat{n})$ .

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{sp} = \frac{\hat{\boldsymbol{z}}_i \times (\hat{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{z}}_i)}{||\hat{\boldsymbol{z}}_i \times (\hat{\boldsymbol{n}} \times \hat{\boldsymbol{z}}_i)||}$$
(1.42)

— Polarisation perpendiculaire au plan d'incidence (TE ou S) :  $\hat{y}_{sp} \perp (\hat{z}_i, \hat{n})$ .

$$\hat{\boldsymbol{y}}_{sp} = \hat{\boldsymbol{z}}_i \times \hat{\boldsymbol{x}}_{sp} \tag{1.43}$$

 $-\hat{oldsymbol{z}}_{sp}\equiv\hat{oldsymbol{z}}_{i}.$ 

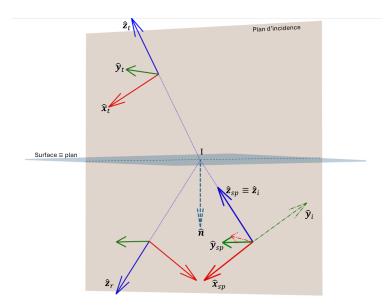


FIGURE 1.4 – Repères des faisceaux incidents et générés

Nous obtenons ainsi directement un repère adapté aux calculs des polarisations (S) et (P) couramment employées avec les formules de Fresnel, en utilisant une matrice de changement de base  $^{sp}\mathbf{K}_{i}\in\mathbb{R}^{2\times2},$  définie par

$${}^{sp}\mathbf{K}_{i} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{sp} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{i} & \hat{\boldsymbol{x}}_{sp} \cdot \hat{\boldsymbol{y}}_{i} \\ \hat{\boldsymbol{y}}_{sp} \cdot \hat{\boldsymbol{x}}_{i} & \hat{\boldsymbol{y}}_{sp} \cdot \hat{\boldsymbol{y}}_{i} \end{bmatrix}, \tag{1.44}$$

pour exprimer la polarisation transversale du faisceau dans le repère 2D (sp).

Ainsi, en utilisant

$${}^{sp}\boldsymbol{\alpha} = {}^{sp}\mathbf{K}_i \times {}^i\boldsymbol{\alpha}, \tag{1.45}$$

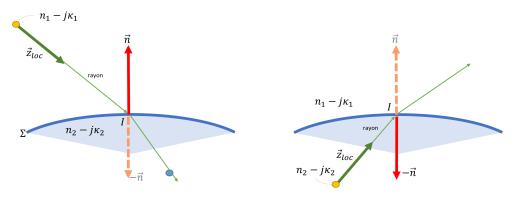
les formules usuelles de Fresnel s'appliquent pour calculer les coefficients  ${}^r{\boldsymbol{\alpha}}_R$  du faisceau réfléchi et  ${}^t \alpha_T$  du faisceau réfracté :

$${}^{r}\boldsymbol{\alpha}_{R} = ({}^{sp}\mathbf{K}_{i} \times {}^{i}\boldsymbol{\alpha}) \odot \begin{bmatrix} \frac{n_{i}u_{2} - n_{t}u_{1}}{n_{i}u_{2} + n_{t}u_{1}} \\ \frac{n_{i}u_{1} - n_{t}u_{2}}{n_{i}u_{1} + n_{t}u_{2}} \end{bmatrix}$$
(1.46a)

$${}^{r}\boldsymbol{\alpha}_{R} = ({}^{sp}\mathbf{K}_{i} \times {}^{i}\boldsymbol{\alpha}) \odot \begin{bmatrix} \frac{n_{i}u_{2} - n_{t}u_{1}}{n_{i}u_{2} + n_{t}u_{1}} \\ \frac{n_{i}u_{1} - n_{t}u_{2}}{n_{i}u_{1} + n_{t}u_{2}} \end{bmatrix}$$

$${}^{t}\boldsymbol{\alpha}_{T} = ({}^{sp}\mathbf{K}_{i} \times {}^{i}\boldsymbol{\alpha}) \odot \begin{bmatrix} \frac{2n_{i}u_{1}}{n_{i}u_{2} + n_{i}u_{1}} \\ \frac{2n_{i}u_{1}}{n_{t}u_{1} + n_{i}u_{2}} \end{bmatrix}$$

$$(1.46a)$$



- (a) Cas de faisceau entrant
- (b) Cas de faisceau sortant

FIGURE 1.5 – Détermination des milieux incident et sortant

$$u_1 = -\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}_i, \quad u_2 = \sqrt{1 - \frac{n_i^2}{n_t^2} (1 - u_1^2)}$$
 (1.46c)

avec 
$$\odot$$
 le produit point-à-point et  $\sqrt[]{a} = \begin{cases} \sqrt{a}, & \text{si } a \geq 0 \\ j\sqrt{a}, & \text{sinon} \end{cases}$ .

Les faisceaux réfléchis et transmis sont ainsi exprimés dans les repères (r):  $(\hat{x}_r, \hat{y}_r, \hat{z}_r)$  et (t):  $(\hat{x}_t, \hat{y}_t, \hat{z}_t)$  respectivement. Ces repères, illustrés en figure 1.4, sont définis de manière similaire au repère (sp) incident. Les vecteurs  $\hat{\mathbf{z}}_r$  et  $\hat{\mathbf{z}}_t$  sont défenis à partir des lois de Snell-Descartes, en utilisant  $n_i$  et  $n_t$  comme indices de réfraction complexes des milieux incident et réfractant. Il convient de souligner que  $u_2$  (Formule 1.46c) peut devenir complexe en cas de réflexion totale, ce qui entraîne la formation d'une onde transmise évanescente. Dans le cadre de cette thèse, les ondes évanescentes seront ignorées, car elles ne transportent pas de puissance moyenne [19].

On prendra comme convention un vecteur normal entrant, c'est-à-dire dirigé du côté du milieu incident. Ainsi, la direction du vecteur permettra de déterminer si le faisceau entre dans un matériau donné ou s'il en sort (Figure 1.5).

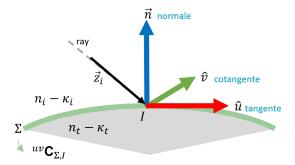


FIGURE 1.6 – Repère tangent à la surface du dioptre.

## 1.3.3 Calcul des matrices de courbures des faisceaux générés

La matrice de courbure intervenant dans la description scalaire des faisceaux gaussiens, l'analyse qui suit se concentrera sur l'étude scalaire de ces faisceaux. Les travaux de Kochkina [8] constituent la référence principale pour le calcul des matrices de courbure.

Pour tenir compte de la courbure de la surface du dioptre, il est impératif de définir un repère tangent à cette surface, désigné par (uv) et présenté en Figure 1.6. Les matrices de courbure associées aux faisceaux générés sont d'abord calculées dans ce repère tangent, puis transformées dans les repères (r) et (t) définis antérieurement. La définition du repère (uv) est précisée de la manière suivante :

$$\hat{\boldsymbol{v}} \equiv \hat{\boldsymbol{y}}_i, \tag{1.47a}$$

$$\hat{\boldsymbol{u}} = \hat{\boldsymbol{v}} \times \hat{\boldsymbol{n}}.\tag{1.47b}$$

Un point P sur la surface du dioptre, de coordonnées  $r_p$ , peut être exprimé à la fois dans le repère global (g), dans celui local à un faisceau et dans le repère (uv). Dans ce dernier, nous avons

$${}^{uv}\boldsymbol{r}_{p} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ -\frac{1}{2} \underbrace{[u,v]^{uv} \boldsymbol{\mathsf{C}}_{\Sigma,I} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}}_{C_{\Sigma,I}} \end{bmatrix}, \qquad (1.48)$$

où  $\mathbf{C}_{\Sigma,I}$  est la matrice de courbure de la surface du dioptre, au point d'intersection I, exprimée dans le repère (uv). Sa détermination est explicité en Annexe A.

Nous pouvons écrire ce même point dans le repère (i) du faisceau incident sur le dioptre à l'aide d'une matrice de passage :

$${}^{i}\boldsymbol{r}_{p} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} & \hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} & \hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \\ \hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} & \hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} & \hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \\ \hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} & \hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} & \hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}} \end{bmatrix}^{uv} \boldsymbol{r}_{p} = \begin{bmatrix} u\hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} - \frac{1}{2}C_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{x}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \\ u\hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} - \frac{1}{2}C_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{y}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \\ u\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} - \frac{1}{2}C_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \end{bmatrix}$$

$$(1.49)$$

En supposant que la taille du faisceau incident sur la surface est suffisamment petite pour que la courbure de la surface varie de manière négligeable le long des axes transversaux du faisceau [8], on peut écrire :

$${}^{i}\boldsymbol{r}_{p} \approx \begin{bmatrix} u\hat{\boldsymbol{x}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{x}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{v}} \\ u\hat{\boldsymbol{y}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{y}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{v}} \\ u\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{v}} - \frac{1}{2}C_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{n}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{i}\boldsymbol{\mathsf{K}}_{uv}\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = {}^{i}\boldsymbol{\rho} \\ u\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{v}} - \frac{1}{2}C_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{z}}_{i}\cdot\hat{\boldsymbol{n}}) = z \end{bmatrix}$$

$$(1.50)$$

On peut maintenant exprimer la phase complexe  $\varphi_i$  de la fonction scalaire  $u({}^i\boldsymbol{\rho},z)$  en fonction des variables u,v et de la matrice  ${}^i\mathbf{K}_{uv}$ . Pour cela, les termes associés à la phase de Gouy  $\eta(z)$  ainsi qu'à la phase accumulée sont négligés, car ils dépendent uniquement de la position sur l'axe optique et peuvent être raccordés séparément. On obtient alors :

$$\varphi_{i}(u,v) \approx j\gamma_{i} \left( \frac{1}{2} \left\{ \left( {}^{i}\mathbf{K}_{uv} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right)^{\mathrm{T}} {}^{i}\mathbf{Q}_{i} \left( {}^{i}\mathbf{K}_{uv} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right) - [u,v]^{uv}\mathbf{C}_{\Sigma,I} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} (\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \right\} \right) + j\gamma_{i} \left( u\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} \right)$$

$$(1.51)$$

Soit, en remarquant que la matrice de courbure  $\mathbf{Q}_i$  associée au faisceau incident peut être exprimée dans le repère tangent (uv) par l'équation suivante :

$$\left({}^{i}\mathbf{K}_{uv}^{\mathrm{T}}\right){}^{i}\mathbf{Q}_{i}{}^{i}\mathbf{K}_{uv} = {}^{uv}\mathbf{Q}_{i},\tag{1.52}$$

on a:

$$\varphi_{i}(u,v) \approx j\gamma_{i} \left(\frac{1}{2}[u,v] \left\{ {}^{uv}\mathbf{Q}_{i} - {}^{uv}\mathbf{C}_{\Sigma,I}(\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \right\} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right) + \underbrace{j\gamma_{i} \left(u\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{u}} + v\hat{\boldsymbol{z}}_{i} \cdot \hat{\boldsymbol{v}}\right)}_{\varphi_{i,I}}.$$
(1.53)

La phase complexe est ainsi décomposée en une composante quadratique  $\varphi_{i,q}$  et une composante linéaire  $\varphi_{i,l}$ . De manière similaire, les matrices de transformation  ${}^r\mathbf{K}_{uv}$  et  ${}^t\mathbf{K}_{uv}$  sont utilisées pour les repères des faisceaux réfléchi et transmis, respectivement. On peut alors exprimer les phases complexes  $\varphi_r$  et  $\varphi_t$  de manière analogue.

Puisque la phase doit être conservée sur toute la surface du dioptre, le raccord de phase se réalise sur les composantes linéaires et quadratiques de la phase complexe. Le raccord des composantes linéaires permet de retrouver les lois de Snell-Descartes [8], tandis que le raccord des composantes quadratiques permet de déterminer les matrices de courbure complexes  ${}^{uv}\mathbf{Q}_{r}$  et  ${}^{uv}\mathbf{Q}_{t}$ .

Pour le faisceau réfléchi, nous obtenons :

$${}^{uv}\mathbf{Q}_i - {}^{uv}\mathbf{C}_{\Sigma,I}(\hat{\mathbf{z}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) = {}^{uv}\mathbf{Q}_r - {}^{uv}\mathbf{C}_{\Sigma,I}(\hat{\mathbf{z}}_r \cdot \hat{\mathbf{n}})$$
(1.54)

En observant que  $\hat{\boldsymbol{n}}\cdot\hat{\boldsymbol{z}_i}-\hat{\boldsymbol{n}}\cdot\hat{\boldsymbol{z}_r}=2\hat{\boldsymbol{n}}\cdot\hat{\boldsymbol{z}_i},$  cela donne :

$$^{uv}\mathbf{Q}_{r} = ^{uv}\mathbf{Q}_{i} - 2 \cdot ^{uv}\mathbf{C}\left(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}_{i}\right)$$
 (1.55a)

$${}^{r}\mathbf{Q}_{r} = \left({}^{r}\mathbf{K}_{uv}{}^{T}\right)^{-1} \times {}^{uv}\mathbf{Q}_{r} \times {}^{r}\mathbf{K}_{uv}^{-1}$$

$$(1.55b)$$

Pour le faisceau réfracté, nous avons :

$$\gamma_i \left[ {^{uv}}\mathbf{Q}_i - {^{uv}}\mathbf{C}_{\Sigma,I}(\hat{\mathbf{z}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) \right] = \gamma_t \left[ {^{uv}}\mathbf{Q}_r - {^{uv}}\mathbf{C}_{\Sigma,I}(\hat{\mathbf{z}}_t \cdot \hat{\mathbf{n}}) \right], \tag{1.56}$$

soit

$${}^{uv}\mathbf{Q}_t = \frac{\gamma_i}{\gamma_t} \left\{ {}^{uv}\mathbf{Q}_i + {}^{uv}\mathbf{C} \left( \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}_i - \frac{\gamma_t}{\gamma_i} \hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}_t \right) \right\}$$
(1.57a)

$${}^{t}\mathbf{Q}_{t} = \left({}^{t}\mathbf{K}_{uv}^{T}\right)^{-1} \times {}^{uv}\mathbf{Q}_{t} \times {}^{t}\mathbf{K}_{uv}^{-1}. \tag{1.57b}$$

Si la surface est courbe, il n'est pas garanti que les faisceaux générés conservent un caractère simplement astigmatique. Pour obtenir les paramètres  $q_1$ ,  $q_2$ , et l'angle complexe  $\theta$  nécessaires à la propagation du faisceau (voir l'équation 1.13), une approche consiste à traiter le faisceau comme astigmatique général. Les paramètres  $q_1$  et  $q_2$  correspondent alors aux inverses des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{Q}$  [6, p.6032], tandis que l'angle complexe  $\theta$  peut être calculé, de manière analogue à  $\phi$ , à l'aide de la formule suivante

$$\frac{Q_{12} + Q_{21}}{Q_{11} - Q_{22}} = \frac{\sin 2\theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta} = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \tan 2\theta. \tag{1.58}$$

Il convient de souligner que le point d'origine des faisceaux générés ne coïncide pas nécessairement avec la position de leur ceinture. Dans ce contexte, les paramètres complexes au point d'origine ne seront donc pas strictement imaginaires.

### 1.3.4 Raccord de phase et d'amplitude complexe

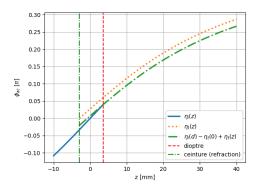
La phase de Gouy  $\eta$  ainsi que la phase accumulée  $\phi_{ac}$  sont négligées dans les calculs des matrices de courbures. Cependant, il est indispensable de les prendre en compte pour éviter d'introduire des sauts de phase. L'amplitude de chaque faisceau est décrite en fonction de la position de leur ceinture respective. Ces positions n'étant pas alignées, cela nécessite un ajustement sur l'amplitude. Par conséquent, il est essentiel de calculer un terme de raccord  $a_0 \exp \{\phi_0\}$ , composé de

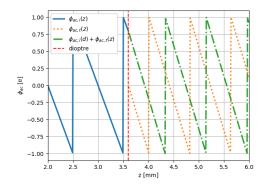
$$a_0 = \frac{|u_i(\mathbf{0}, d_i)|}{u_{\mathbf{0}, g}(0)}, \quad g \in (r, t),$$
 (1.59)

et

$$\phi_0 = \phi_{ac,i}(\mathbf{0}, d_i) + \eta_i(\mathbf{0}, d_i) - \eta_q(0) = \angle u_i(\mathbf{0}, d_i) - \eta_q(0), \quad g \in (r, t), \tag{1.60}$$

avec  $u_i(\mathbf{0}, d_i)$  désignant la valeur complexe du faisceau incident au point d'intersection avec la surface, situé à une distance  $d_i$  de l'origine du faisceau. Étant donné que ce point se trouve sur l'axe optique du faisceau, les composantes transversales y sont nulles.





(a) Continuité de la phase de Gouy  $\eta$  (b) Continuité de la phase accumulée  $\phi_{ac}$ 

FIGURE 1.7 – Raccord des composantes de la phase entre le faisceau incident et le faisceau réfracté par une interface courbe.

La figure 1.7 illustre la continuité des phases exprimées par l'équation 1.60, en montrant l'ajustement des deux composantes de phase non nulles sur l'axe optique. Il convient de noter que l'ajustement de la phase de Gouy devient négligeable lorsque la courbure de la surface est modérée, car cette phase dépend des paramètres complexes du faisceau. La composante la plus significative est la phase accumulée au cours de la propagation.

La figure 1.8 met en évidence la continuité de la phase et de l'amplitude entre les faisceaux dans le cas d'une interface plane séparant deux milieux non absorbants. Les coefficients de Fresnel ne sont pas considérés ici, car leur rôle se limite à répartir l'énergie incidente entre les faisceaux réfléchi et transmis, ainsi qu'à induire des discontinuités de phase en fonction des propriétés des milieux et du type d'interface étudié.

Cette continuité n'est valable que pour le point d'intersection, situé sur les axes optiques des faisceaux, et ne l'est pas pour l'ensemble des plans transversaux, du fait que chaque faisceau a sa propre direction de propagation. Elle doit cependant l'être le long de la surface du dioptre, autour du point d'intersection.

Un exemple de l'amplitude des différences est illustré en figure 1.9, pour un angle d'incidence de -15 deg autour de l'axe  $\hat{x}$ . On y remarque que l'erreur est minime le long de l'axe autour duquel le faisceau incident est incliné.

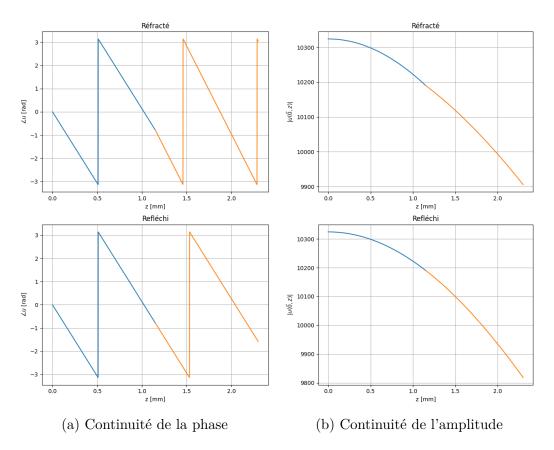


FIGURE 1.8 – Vérification de la continuité de phase et d'amplitude de faisceaux générés par une interface plane entre deux milieux sans pertes illuminée par un faisceau oblique.

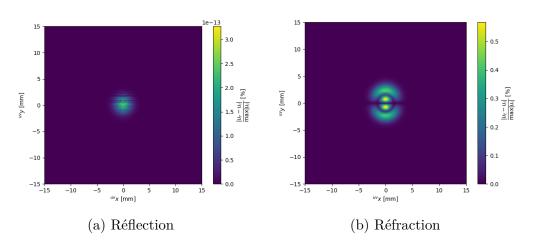


FIGURE 1.9 – Différences entre la fonction scalaire d'un faisceau incident oblique à -15 deg, et celles des faisceaux générés, le long d'un dioptre plan (XY).

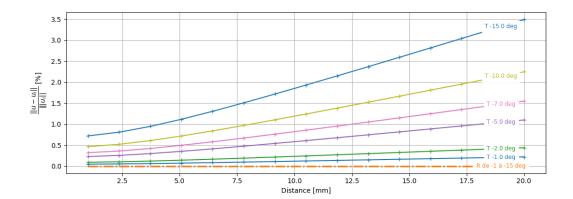


FIGURE 1.10 – Erreurs moyennes entre les fonctions scalaires des faisceaux réfléchis (R) et transmis (T) avec celle du faisceau incident, en fonction de l'angle d'incidence et de la distance parcourue avant intersection avec une surface plane, calculées au niveau du dioptre.

La figure 1.10 met en évidence l'évolution de l'erreur moyenne

$$\frac{||\mathbf{U}_g - \mathbf{U}_i||}{||\mathbf{U}_i||}, \quad g \in (r, t)$$

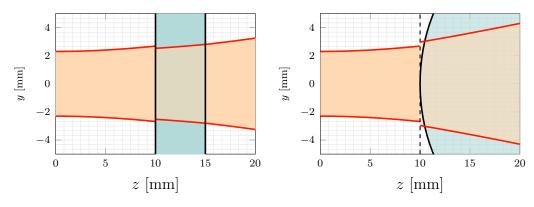
$$\tag{1.61}$$

réalisée sur le raccord des faisceaux générés avec le faisceau incident, en fonction de l'angle d'incidence et de la distance entre la ceinture du faisceau incident et l'intersection avec le dioptre.  $\mathbf{U}_{i,r,t}$  est la matrice portant les valeurs des fonctions scalaires  $u_i(\mathbf{r}), u_r(\mathbf{r})$  et  $u_t(\mathbf{r})$  sur une grille de points  $\mathbf{r}$  répartis sur la surface plane du dioptre. L'erreur de raccordement augmente avec la distance parcourue par le faisceau avant intersection. En effet, la taille du faisceau ainsi que le rayon de courbure des fronts d'ondes augmentent. Il est donc judicieux d'avoir la ceinture du faisceau modérément éloignée du dioptre afin d'avoir une faible erreur lors du raccordement des faisceaux. Cet aspect sera crucial lorsque ces faisceaux proviennent d'une décomposition d'un champ électromagnétique.

# 1.3.5 Comparaisons avec l'optique matricielle

Un système quasi-optique peut également être modélisé avec le formalise d'optique matricielle, présentée par Goldsmith [2]. Une matrice 2x2,

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{1.62}$$



- (a) Lame diélectrique à face parallèle
- (b) Interface de rayon de courbure  $R = 10 \,\mathrm{mm}$

FIGURE 1.11 – Configurations étudiées pour comparer la méthode de suivi de faisceau gaussien avec l'optique matricielle.

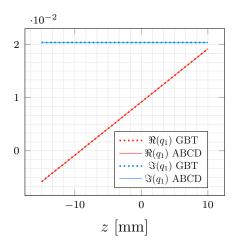
décrit le système quasi-optique et permet de déterminer la propagation d'un faisceau gaussien dans le système. Le formalisme, nommé "loi ABCD" par GOLDSMITH [2, p.41] nous permet de récupérer le paramètre complexe  $q_0$  en z=0 (soit au niveau de l'interface de sortie),

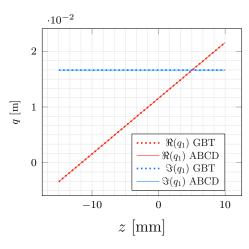
$$q_0 = \frac{A(q_{in} + d_{in}) + B}{C(q_{in} + d_{in}) + D}$$
(1.63)

en fonction du paramètre complexe  $q_{in}$  du faisceau incident et de la distance  $d_{in}$  entre sa ceinture et l'interface,  $q_{in}$  étant la valeur du paramètre complexe du faisceau incident au niveau de sa ceinture.

Les deux méthodes seront comparées dans deux configurations distinctes. La première configuration examine la transmission à travers une lame diélectrique à faces parallèles, sans réflexions multiples (Figure 1.11a). La deuxième configuration analyse la traversée d'une interface à profil sphérique (Figure 1.11b). Dans chaque configuration, la partie réelle et la partie imaginaire du paramètre complexe q(z) des faisceaux générés sont comparées. Comme le formalisme est applicable pour chaque axes séparément, nous ne comparons qu'un des paramètres de faisceaux considérés comme simplement astigmates.

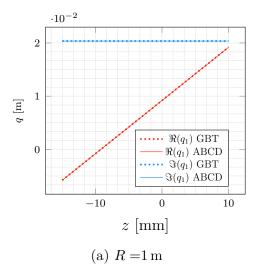
Les figures 1.12a et 1.13a présentent des résultats identiques, ce qui indique qu'un rayon de courbure de 1 m peut être considéré comme tendant vers infini au regard de la longueur d'onde. Cela revient à traiter l'interface comme une surface plane. Par conséquent, les effets de courbure deviennent négligeables pour de grands rayons de courbure. De plus, on observe sur la figure 1.13b que même pour une courbure





- (a) Dans la lame de milieu d'indice n.
- (b) En sortie de la lame (espace libre)

FIGURE 1.12 – Comparaison des parties réelle et imaginaire du paramètre complexe q des faisceaux générés via le suivi de faisceau et via l'optique matricielle, dans le cadre d'une lame diélectrique à faces parallèles, en incidence normale.



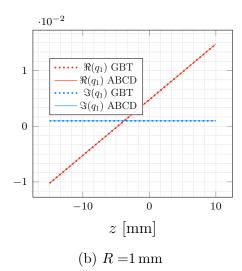


FIGURE 1.13 – Comparaison du paramètre complexe q des faisceaux générés via le suivi de faisceau et via l'optique matricielle, dans le cadre d'une interface sphérique en incidence normale, pour deux rayons de courbure différents.

prononcée, avec un rayon de  $R=1\,\mathrm{mm}$ , les résultats obtenus par la méthode de suivi de faisceau sont en accord avec ceux de l'optique matricielle dans le cadre d'un système en axe. Cela démontre que, même en présence de courbures significatives, le suivi de faisceau reste une méthode comparable à l'optique matricielle. Cependant, l'optique matricielle présentée ici est limitée à un système en axe. Cette limitation signifie que l'analyse est restreinte aux faisceaux qui se propagent le long de l'axe optique principal du système.

De plus, l'optique matricielle est une méthode asymptotique, ce qui signifie qu'elle repose sur des approximations valables principalement dans certaines limites et conditions. Dans notre cas, il s'agit de la paraxialité du faisceau et de considérer des objets diffractants de taille significativement plus grande que la longueur d'onde. En conséquence, elle ne fournit pas une solution exacte. En raison de ces limitations, il serait pertinent de réaliser une comparaison avec une simulation full-wave. Cependant, il est aussi important de rappeler qu'une solution exacte n'est pas recherchée ici, et qu'un faisceau gaussien ne sera pas utilisé seul. En effet, un champ électromagnétique peut être décomposé en une série de faisceaux gaussiens élémentaires. Le suivi de faisceau proposé dans ce chapitre est ainsi réalisé pour chaque faisceau élémentaire, permettant de prendre en compte des géométries plus complexes.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les faisceaux gaussiens vectoriels astigmates, en abordant à la fois le cas simple et le cas généralisé (FGVG). Nous avons exploré les caractéristiques de ces faisceaux, notamment les propriétés spécifiques liées à l'astigmatisme.

Le suivi optique d'un FGVG a été étudié pour des objets pouvant être discrétisés à l'aide d'un maillage (ou de surfaces paramétrées). Cette approche confère une flexibilité notable dans la définition des éléments quasi-optiques du système étudié, permettant une modélisation précise. Toutefois, il est impératif de procéder à une évaluation préliminaire approfondie avant d'entreprendre la simulation. Cette étude préalable vise à garantir que les conditions de suivi du faisceau sont correctement établies, afin d'éviter l'introduction d'erreurs significatives qui pourraient compromettre la validité des résultats obtenus.

# DÉCOMPOSITION D'UN CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE

2.1	$\mathbf{Intr}$	oduction  .  .  .  .  .  .  .  3
	2.1.1	Décomposition en ondes planes
	2.1.2	Décomposition en modes normaux
	2.1.3	Décomposition en faisceaux gaussiens
2.2	Prir	ncipe de la décomposition multi-faisceaux 3
2.3	Ana	llyse de la qualité de la décomposition 4
	2.3.1	Qualité de la décomposition en fonction de la taille
		du faisceau incident
	2.3.2	Qualité de la décomposition en fonction de la dis-
		tance inter-faisceau
	2.3.3	Impact du facteur de recouvrement
	2.3.4	Qualité de la décomposition en fonction de la cour-
		bure de la surface de décomposition 5
<b>2.4</b>	$\mathbf{D\acute{e}c}$	omposition du champ électrique reçu à l'ou-
	vert	ure d'une structure guidée 5
	2.4.1	Champs à l'ouverture
	2.4.2	Propagation dans la sonde
<b>2.5</b>	$\mathbf{App}$	olication à un faisceau émis par un cornet dia-
	gona	${ m al}$
	2.5.1	Modélisation du cornet comme structure guidée 5
	2.5.2	Modélisation du cornet en espace libre
2.6	Con	$\alpha$ clusion 6

# 2.1 Introduction

Reposant sur le principe de superposition, la décomposition de champs électromagnétiques est une technique essentielle en électromagnétisme pour analyser et comprendre la propagation des champs. Un champ électrique arbitraire est ainsi décomposé en fonctions mathématiques plus simples à utiliser. Cela permet de mieux comprendre la propagation, l'interaction et les effets des champs électromagnétiques dans diverses configurations. Il existe plusieurs familles de décomposition que nous allons brièvement explorer. Ensuite nous présenterons la méthode particulière qui a été retenue de par sa flexibilité à reproduire la propagation du rayonnement des sources électromagnétiques qui seront utilisées dans cette thèse.

## 2.1.1 Décomposition en ondes planes

La méthode de décomposition en onde plane (Plane Wave Expansion, PWE) est une technique utilisée en électromagnétisme pour résoudre les équations de Maxwell [20, 21] dans des structures périodiques ou apériodiques (avec, si besoin, l'ajout de couches parfaitement adaptées, appelées PML pour Perfect Matched Layer).

Dans une structure périodique, les champs électromagnétiques peuvent être développés en une série d'ondes planes, équivalente à une série de Fourier (ou modes de Fourier) :

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{n} E_{n} e^{-j(\boldsymbol{k} + \boldsymbol{G}) \cdot \boldsymbol{r}}$$
(2.1)

où k est le vecteur d'onde de chaque onde plane, et G le vecteur du réseau réciproque, correspondant à la périodicité de la structure.

En substituant cette décomposition dans les équations de Maxwell et en tenant compte de l'éventuelle périodicité du matériau, on obtient un système d'équations linéaires. Ce système peut être formulé comme un problème de valeurs propres qu'il faut résoudre.

La PWE sert de bases à des méthodes comme la FMM explicitée et utilisée dans [22, pp.48-51]. Cette méthode est particulièrement adaptée dans le cadre de structures cristallines [23]. Il est également possible de l'utiliser pour des structures apériodiques en adaptant des PML, afin de n'avoir qu'une période du réseau équi-

valent.

Cette méthode est également adéquate pour étudier l'interaction d'un champ électromagnétique avec une surface. Des exemples d'application sont disponibles dans [24-26]

# 2.1.2 Décomposition en modes normaux

Les modes normaux, tels que les modes TEM, TE et TM, sont des solutions particulières des équations de propagation dans des structures guidées comme les guides d'onde et les cavités [27-30]. Ces modes sont décrits par des fonctions orthogonales et possèdent une constante de propagation  $\beta_n$  spécifique :

$$\mathbf{E}(x,y,z) = \sum_{n} \mathbf{E}_{n}(x,y)e^{-j\beta_{n}z}$$
(2.2)

Un champ électrique peut ainsi être représenté comme une somme de ces modes. Cette méthode permet l'utilisation de techniques de raccordement de modes [31, 32] pour déterminer le champ électromagnétique se propageant à l'ouverture d'un cornet, d'un guide ou d'une sonde. Dans le cadre de cette thèse, nous l'utiliserons pour analyser les signaux émis ou reçu par un cornet ou une sonde de champ proche. La méthode employée est explicitée en Section 2.4.

# 2.1.3 Décomposition en faisceaux gaussiens

Les fonctions de base de ce type de méthode sont des faisceaux gaussiens dont la somme pondérée permet de représenter un champ électromagnétique complexe. Ces techniques sont particulièrement utiles en optique et en électromagnétisme pour simplifier l'analyse et la propagation des champs dans un système optique ou quasioptique, ou encore pour décrire la propagation dans l'atmosphère.

#### Méthode des faisceaux gaussiens modaux

Dans la méthode des faisceaux gaussiens modaux, un champ électromagnétique est décomposé en une somme de modes gaussiens [33, 34]. Chaque mode est une solution particulière de l'équation de propagation et possède des caractéristiques spécifiques comme la largeur et la divergence. Si la géométrie est rectangulaire, les solution seront exprimées à l'aide des fonctions de Hermite-Gauss [35]. Si la géométrie est cylindrique, les fonctions de Laguerre-Gauss seront alors préférées [36-38].

#### Décomposition en bases et frames de Gabor

Les bases de Gabor reposent sur les fonctions de Gabor (également appelée fenêtre de Gabor), introduites en 1946 par Gabor [39] dans le cadre de l'analyse des signaux. L'idée principale est de représenter un champ électrique comme une somme d'ondes planes modulées par une fonction gaussienne g, ce qui permet une bonne localisation à la fois dans les domaines spatial et fréquentiel. Sans une localisation précise, la recomposition du champ sera trop approximative.

Le champ électrique peut ainsi être décrit comme une somme pondérée de fonctions  $g_{m,n}$  décalées spatialement d'ordre m et spectralement d'ordre n [40-43] :

$$E(\mathbf{r}) \approx E_0 \sum_{n} \sum_{m} c_{m,n} \cdot g_{m,n}(\mathbf{r}) \cdot e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad m, n \in \mathbb{Z}$$
 (2.3)

avec  $e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , une onde plane de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et

$$c_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_0 g_{m,n}(\mathbf{r})^* d\mathbf{r}, \qquad (2.4)$$

les coefficients de la décomposition. La fonction scalaire définie par l'équation 1.9 peut ainsi être utilisée pour g, adaptée pour tenir compte d'un décalage spatial et spectral. Des exemples sont décrits dans [43, 44].

Comme expliqué dans [5, 45], les trames de Gabor, également appelée frames de Gabor, généralisent les bases et ne sont pas nécessairement orthogonales, mais ils résolvent le problème d'instabilité numérique associée aux bases [5]. Cette approche introduit des redondances dans la représentation, c'est-à-dire que le champ

est sur-échantillonné. Grâce à cette redondance, les trames de Gabor offrent une robustesse accrue, les rendant particulièrement adaptées aux applications nécessitant une reconstruction stable en présence de bruit ou de pertes de données. Elles sont régulièrement utilisées pour décomposer un champ électromagnétique en faisceaux gaussiens [5, 41-44, 46].

#### Décomposition en multi-faisceaux gaussiens

La précision de la décomposition de Gabor dépend du nombre de faisceaux utilisés. La méthode peut devenir numériquement coûteuse si un grand nombre de faisceaux est nécessaire. Les frames de Gabor introduisent en effet une redondance, qui peut être évitée en tenant compte des propriétés physiques du champ à décomposer. Une méthode alternative a ainsi été proposée par Chabory [47], où la direction de propagation des faisceaux est alignée sur celle du vecteur de Poyinting aux points considérés et les coefficients de décomposition sont déterminés de manière à raccorder la contribution de chaque faisceau élémentaire à la valeur complexe du champ électrique en chaque point de discrétisation. L'explication détaillée de cette méthode, utilisée dans cette thèse, est donnée dans la section suivante.

# 2.2 Principe de la décomposition multi-faisceaux

Nous nous intéressons dans cette section à une méthode de décomposition multifaisceaux élaborée par Chabory [47] et utilisée dans [4, 48-50]. La différence majeure proposée ici est de ne pas inclure de décalage spatial ni spectral pour orienter le faisceau mais d'utiliser un changement de coordonnées pour déterminer l'expression du champ électrique localement et ensuite exprimer les champs dans le repère global au calcul. La figure 2.1 montre les différents repères utilisés.

Le champ électromagnétique incident sur une surface, qui peut être courbe ou plane, est discrétisé sur un ensemble de points équidistants.

En chaque point P de cette surface, les champs électrique  ${}^{g}\mathbf{E}_{s}$  et magnétique  ${}^{g}\mathbf{H}_{s}$  incidents sur la surface de décomposition sont calculés, permettant de récupérer

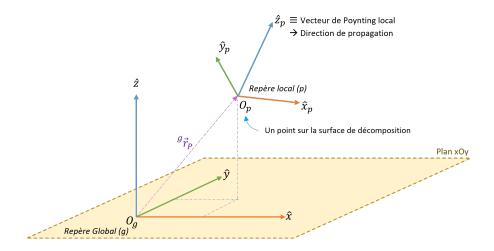


FIGURE 2.1 – Repères mise en jeu lors de la décomposition en faisceaux gaussiens.

Repère global et repère propre à un faisceau gaussien

le vecteur de Poynting local  ${}^{g}S_{p}$ . La direction du flux d'énergie sera utilisée comme axe de propagation du faisceau  ${}^{g}\hat{z}_{p}$ ,

$${}^{g}\hat{\boldsymbol{z}}_{p} \propto {}^{g}\boldsymbol{S}_{p}.$$
 (2.5)

Le vecteur  ${}^g \boldsymbol{r}_p$  représente la position de chaque point P, écrit dans le repère global. Ce même point peut être exprimé dans le repère propre d'un faisceau gaussien (n) par  ${}^n \boldsymbol{r}_p$ .

Les faisceaux élémentaires utilisés sont des faisceaux gaussiens vectoriels à symétrie de révolution autour de leur axe de propagation. Leur matrice de courbure est donc diagonale avec  $q = q_1 = q_2$ , tel que :

$$q = jk\frac{d\kappa}{2},\tag{2.6}$$

où d représente la distance entre les faisceaux (sur la surface de décomposition) et  $\kappa$  est un facteur de recouvrement. Ces paramètres sont illustrés en Figure 2.2. Si  $\kappa > 1$ , les faisceaux se superposent, ajoutant de la redondance. Ceci permet d'augmenter la taille de la ceinture des faisceaux  $w_0$  tout en maintenant la même précision, permettant de réduire la divergence des faisceaux élémentaires.

La figure 2.3 illustre cette décomposition. Avec u la fonction scalaire définie en

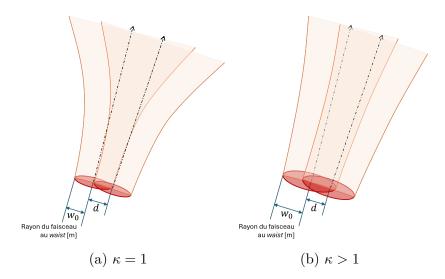


FIGURE 2.2 – Influence du facteur de recouvrement  $\kappa$  sur la taille de la ceinture et sur la divergence des faisceaux élémentaires.

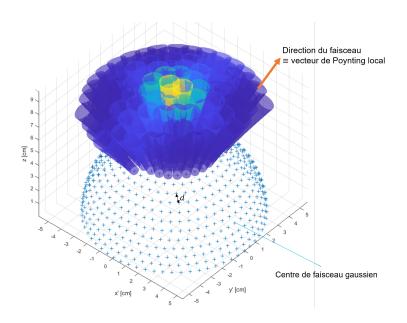


FIGURE 2.3 – Polarisations YZ (coefficients  $\alpha_y$ ) d'une décomposition multifaisceaux gaussiens, avec une ico-sphère comme surface de décomposition.

Section 1.2.1 et  ${}^gK_n$ , la matrice de passage du repère global (g) vers le repère local (n), le champ électrique  ${}^gE_s$  peut être décomposé en une somme de deux polarisations, une suivant chaque axe transversal à la direction de propagation,

$${}^{g}\boldsymbol{E}_{s}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p}) = \alpha_{xn}{}^{g}\boldsymbol{E}_{xz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p}) + \alpha_{yn}{}^{g}\boldsymbol{E}_{yz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})$$
(2.7)

avec

$${}^{g}\boldsymbol{E}_{xz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p}) = {}^{g}\boldsymbol{\mathsf{K}}_{n} \times \begin{bmatrix} u({}^{n}\boldsymbol{r}_{p}) \\ 0 \\ -\frac{j}{\gamma}\partial_{x}u({}^{n}\boldsymbol{r}_{p}) \end{bmatrix}, \tag{2.8}$$

la projection du n-ème faisceau sur le plan XZ, et

$${}^{g}\boldsymbol{E}_{yz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p}) = {}^{g}\boldsymbol{\mathsf{K}}_{n} \times \begin{bmatrix} 0 \\ u({}^{n}\boldsymbol{r}_{p}) \\ -\frac{j}{\gamma}\partial_{y}u({}^{n}\boldsymbol{r}_{p}) \end{bmatrix}, \qquad (2.9)$$

celle sur le plan YZ, chacune pondérée par un couple de coefficients, respectivement  $\alpha_{xn}$  et  $\alpha_{yn}$ , déterminés en résolvant le système linéaire [11, p.657, eq. 8] :

$$\begin{cases}
{}^{g}\boldsymbol{E}_{s}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{x}}_{p} = \sum_{n=1}^{N} \left\{\alpha_{xn}\cdot{}^{g}\boldsymbol{E}_{xz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{x}}_{p} + \alpha_{yn}\cdot{}^{g}\boldsymbol{E}_{yz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{x}}_{p}\right\} \\
{}^{g}\boldsymbol{E}_{s}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{y}}_{p} = \sum_{n=1}^{N} \left\{\alpha_{xn}\cdot{}^{g}\boldsymbol{E}_{xz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{y}}_{p} + \alpha_{yn}\cdot{}^{g}\boldsymbol{E}_{yz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}_{p})\cdot{}^{g}\hat{\boldsymbol{y}}_{p}\right\} \\
& (2.10)
\end{cases}$$

Le système d'équation décrit par l'équation 2.10 peut être réécrit sous forme matricielle,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} g \mathbf{E}_{s,x} \\ g \mathbf{E}_{s,y} \end{bmatrix}}_{2N \times 1} = \underbrace{\begin{bmatrix} g \mathbf{E}_{xz,x} & g \mathbf{E}_{yz,x} \\ g \mathbf{E}_{xz,y} & g \mathbf{E}_{yz,y} \end{bmatrix}}_{2N \times 2N} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_y \end{bmatrix}}_{2N \times 1}.$$
(2.11)

où  ${\sf A}_x$  et  ${\sf A}_y$  sont des vecteurs colonnes contenant, respectivement, les coefficients  $\alpha_{xn}$  et  $\alpha_{yn}$  recherchés,

$$\mathbf{E}_{xz\cdot x} = \begin{bmatrix} {}^{g}\mathbf{E}_{xz,1}(\mathbf{r}_{1}) \cdot {}^{g}\hat{\mathbf{x}}_{1} & \dots & {}^{g}\mathbf{E}_{xz,N}(\mathbf{r}_{1}) \cdot {}^{g}\hat{\mathbf{x}}_{1} \\ \vdots & & & \\ {}^{g}\mathbf{E}_{xz,1}(\mathbf{r}_{N}) \cdot {}^{g}\hat{\mathbf{x}}_{N} & \dots & {}^{g}\mathbf{E}_{xz,N}(\mathbf{r}_{N})^{g} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{N} \end{bmatrix},$$
(2.12a)

la projection la polarisation XZ sur l'axe  $\hat{x}$ , et

$$\mathbf{E}_{s \cdot x} = \begin{bmatrix} {}^{g} \mathbf{E}_{s}(\mathbf{r}_{1}) \cdot {}^{g} \hat{\mathbf{x}}_{1} \\ \vdots \\ {}^{g} \mathbf{E}_{s}(\mathbf{r}_{N}) \cdot {}^{g} \hat{\mathbf{x}}_{N} \end{bmatrix}, \tag{2.12b}$$

celle du champ incident sur l'axe  $\hat{x}$ . Une expression similaire s'applique pour les autres termes de l'équation 2.11.

Le champ électrique en chaque point r de l'espace correspond ainsi, à l'instar de la décomposition de Gabor, à la contribution des N faisceaux,

$${}^{g}\boldsymbol{E}({}^{g}\boldsymbol{r}) \approx \sum_{n=1}^{N} \alpha_{xn}{}^{g}\boldsymbol{E}_{xz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}) + \alpha_{yn}{}^{g}\boldsymbol{E}_{yz,n}({}^{g}\boldsymbol{r}).$$
 (2.13)

Le choix du type de surface dépend de plusieurs facteurs. Le critère déterminant à étudier est la distance parcourue par les faisceaux avant interaction avec un objet. Il est préférable que la surface s'approche au mieux de la courbure des surfaces des objets interagissant avec les faisceaux, afin de limiter une trop grande disparité de distances parcourues par les faisceaux.

# 2.3 Analyse de la qualité de la décomposition

Afin d'étudier la qualité de la décomposition, nous utiliserons un faisceau gaussien vectoriel (c.f. Section 1.2) comme source électromagnétique. Ceci nous permettra d'évaluer l'influence de la taille du faisceau, mais aussi de la vitesse de variation du champ électrique, sur la qualité de la recomposition. Pour chaque décomposition, le nombre de faisceaux générés sera restreint en fonction de la puissance minimale du faisceau généré relativement à celui incident. La figure 2.4a illustre qu'une valeur seuil inférieure à  $-40\,\mathrm{dB}$  permet d'exclure la plupart des faisceaux à contribution négligeable, tout en maintenant une précision inchangée dans la décomposition. La valeur de  $-50\,\mathrm{dB}$  est donc choisi aind d'assurer que ce paramètre n'influence en aucun cas les résultats. La figure 2.4b illustre comment le ratio de puissance permet de réduire le nombre de faisceaux retenus pour la décomposition. Cela montre qu'il est possible de limiter le nombre de faisceaux générés tout en préservant une qualité de décomposition satisfaisante.

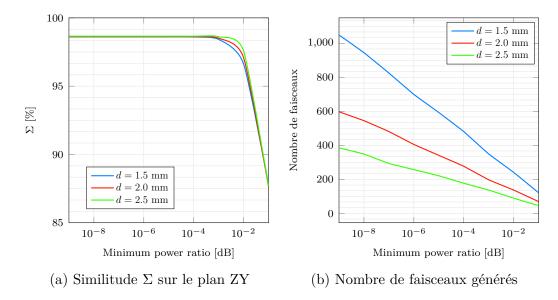


FIGURE 2.4 – Similitude  $\Sigma$  (a) entre le champ électrique recomposé et le champ de référence sur le plan ZY ( $y \in [-40, 40]$  mm,  $z \in [0, 250]$  mm) et nombre de faisceaux générés (b) en fonction du ratio de puissance minimum considéré. La surface de décomposition considérée est un plan transverse situé à 60 mm de l'origine du faisceau incident de waist  $w_0 = 2.3$  mm. L'étude a été menée pour 3 valeurs de distance inter-faisceaux d.

La qualité de la décomposition est déterminée via la similitude

$$\Sigma = 1 - \frac{\|\mathbf{E}_{gbe} - \mathbf{E}_{inc}\|}{\|\mathbf{E}_{inc}\|}$$
 (2.14)

entre la matrice des champs incidents  $\mathbf{E}_{inc}$  et celle des champs recomposés  $\mathbf{E}_{gbe}$  sur une fraction significative du plan longitudinal YZ, afin d'observer que la propagation soit similaire. L'étude est réalisée à 300 GHz, fréquence à laquelle la longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide est de 1mm.

Trois types de surfaces de décomposition sont étudiés : une surface plane, une calotte sphérique centrée sur le centre de phase du faisceau incident (surface concave, indexée 1) et une calotte sphérique centrée sur un point de l'axe optique situé à deux fois le rayon de la sphère (surface convexe, indexée 2). Ces surfaces sont illustrées en Figure 2.5. La surface convexe, étant la plus éloignée du profil des fronts d'ondes incidents, est anticipée comme étant la moins précise. Cependant, ce type de surface peut être pertinent si le premier élément quasi-optique rencontré présente une surface convexe face au champ incident.

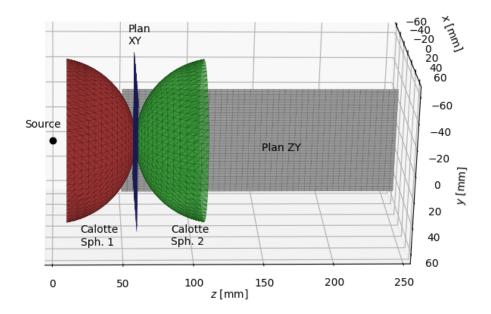


FIGURE 2.5 – Surfaces de décomposition étudiées : une calotte sphérique "concave" (rouge), une calotte sphérique "convexe" (verte) et un plan transverse (bleu). Les champs électriques seront recomposés et testés sur un plan longitudinal (z0y, gris).

Les tests sont effectués sur un ordinateur portable avec les caractéristiques suivantes :

- **RAM** : 32 Go
- **Processeur** : Intel<sup>©</sup> Core<sup>TM</sup> i7-12700H : 12 coeurs physiques (20 threads), cadencés à 2.30 GHz (max. 4.70 GHz).
- Système d'exploitation : Windows 11.
- Langage: C++ (outils de simulation), Python (pilotage des simulations)

# 2.3.1 Qualité de la décomposition en fonction de la taille du faisceau incident

La distance inter-faisceaux d, le facteur de recouvrement  $\kappa$ , ainsi que la distance des surfaces de décomposition par rapport à l'origine du faisceau incident sont maintenus constants. En revanche, la taille de la ceinture du faisceau incident  $w_{0,inc}$  est ici variable.

La figure 2.6 montre que la décomposition en faisceaux gaussiens devient inefficace pour des faisceaux fortement divergents, c'est-à-dire ceux ayant de petites
tailles de ceinture. Deux problèmes principaux se manifestent dans ces situations.
Premièrement, un faisceau fortement divergent ne satisfait plus la condition de paraxialité, rendant ainsi son expression inapplicable dans ce contexte. Deuxièmement,
un faisceau avec une très petite taille de ceinture diverge rapidement, ce qui entraîne
une augmentation significative de sa taille par rapport à une surface de décomposition de dimension raisonnable. En effet, on observe que même sur la surface de
décomposition elle-même, le facteur de similitude (représenté en pointillés sur la figure 2.6) diminue pour des faisceaux trop pincés. Dans le cas d'un plan, le faisceau
déborde, provoquant une variation abrupte aux bords, ce qui rend la décomposition
inefficace. Pour une sphère, le champ incident présente des variations trop rapides à
sa surface pour être correctement capté par la décomposition.

On constate également que la surface convexe (Calotte sph. 2) affiche effectivement le facteur de similitude le plus dégradé pour de faibles tailles de faisceau. Toutefois, ce facteur devient comparable à celui des autres surfaces pour des tailles de ceinture supérieures à 1.5 mm.

Il convient également de souligner que la distance entre les faisceaux a un impact très limité sur ces observations. Réduire cette distance, tout en conservant une surface de décomposition constante, nécessiterait d'augmenter le nombre de faisceaux, ce qui rendrait le temps de calcul prohibitif.

Le cornet utilisé pour la bande J émet un faisceau proche d'un faisceau gaussien, avec une taille de ceinture comprise entre 2.11 mm et 2.3 mm, ce qui est suffisant pour assurer une décomposition efficace.

Étant donné que la décomposition en faisceaux gaussiens rencontre davantage de difficultés à reproduire les champs électromagnétiques à variations rapides, il est prévisible que la similitude diminue à mesure que l'on se rapproche du centre de phase du faisceau. Pour vérifier cette hypothèse, la similitude a été calculée tronçon par tronçon et est représentée en figure 2.7. Afin de garantir une comparaison cohérente, la normalisation de l'erreur pour un tronçon i est effectuée en utilisant la norme du champ calculé sur ce même tronçon :

$$\Sigma_i = 1 - \frac{\|\mathbf{E}_{i,gbe} - \mathbf{E}_{i,inc}\|}{\|\mathbf{E}_{i,inc}\|}.$$
 (2.15)

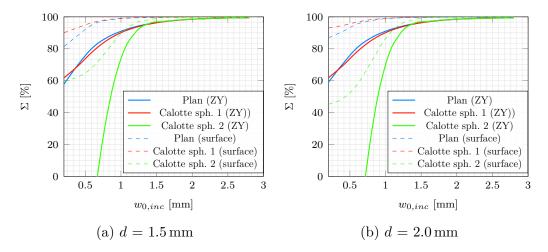


FIGURE 2.6 – Similitude  $\Sigma$  entre le champ électrique recomposé et le champ de référence, représentée par des pointillés sur la surface de décomposition et par un trait plein sur un plan longitudinal YZ ( $y \in [-40, 40]$  mm,  $z \in [0, 250]$  mm). Les surfaces de décomposition considérées incluent un plan transverse et deux calottes sphériques de 60 mm de rayon : l'une centrée sur le centre de phase du faisceau incident et l'autre positionnée à z = 120 mm. L'étude a été menée pour deux valeurs de distance inter-faisceaux d = 1.5 mm (b) et d = 2.0 mm (b).

La similitude atteint son maximum dans le tronçon correspondant à la surface de décomposition. Une erreur plus significative apparaît effectivement dans la région du champ proche, bien que la différence reste relativement modeste, ainsi que dans le champ lointain. Dans cette dernière zone, la formulation paraxiale n'est pas bonne pour représenter les champs lointain en terme de phase, générant une erreur lors de la superposition des faisceaux. La similitude s'améliore cependant sensiblement en champ lointain pour une distance inter-faisceaux de 2 mm. Cela s'explique par le fait que, avec une ceinture de faisceau plus large, la divergence des faisceaux élémentaires est réduite. Il est donc pertinent de rechercher un compromis entre la finesse de la décomposition (ceinture étroite) et une faible divergence (ceinture plus large).

Puisque la région du champ proche n'est pas d'intérêt pour nos études, elle sera exclue des analyses ultérieures. En conséquence, le plan YZ sera considéré pour des valeurs de z comprises entre  $50\,\mathrm{mm}$  et  $250\,\mathrm{mm}$ , étant donné que les premiers éléments quasi-optiques sont généralement placés avant cette distance. De plus, l'espacement entre les éléments dépasse rarement un demi-mètre.

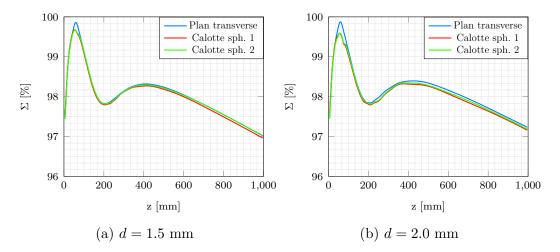


FIGURE 2.7 – Évolution de la similitude  $\Sigma$  entre le champ électrique recomposé et le champ de référence sur le plan YZ ( $y \in [-40, 40]$  mm), analysé par segments de 10 mm entre 1 mm et 1001 mm. Les surfaces de décomposition considérées incluent un plan transverse et deux calottes sphériques de 60 mm de rayon : l'une centrée sur le centre de phase du faisceau incident et l'autre positionnée à z = 120 mm. L'analyse a été menée pour deux valeurs de distance inter-faisceaux d = 1.5 (a) mm et d = 2.0 mm (b).

# 2.3.2 Qualité de la décomposition en fonction de la distance inter-faisceau

L'impact de la distance inter-faisceaux d est maintenant étudié, en considérant le facteur de recouvrement  $\kappa=1.0$  constant, ainsi que la distance des surfaces de décomposition à l'origine du faisceau incident fixe. La ceinture du faisceau incident est dorénavant fixée à  $2.3\,\mathrm{mm}$  de rayon, taille pour laquelle nous savons la décomposition faisable.

La figure 2.8 illustre l'effet de la distance inter-faisceaux d sur la précision de la décomposition des champs électromagnétiques en fonction du type de surface de décomposition employée. Pour des valeurs de d relativement faibles, le nombre de faisceaux générés reste sensiblement similaire dans les différentes configurations étudiées, et l'impact de cette distance sur la similitude entre le champ recomposé et le champ de référence est relativement modéré. Lorsque l'on utilise un plan transverse pour la décomposition, la similitude entre le champ recomposé et le champ de référence demeure stable, indépendamment du nombre de faisceaux considéré. Cette stabilité rend le plan transverse particulièrement avantageux dans les situations où

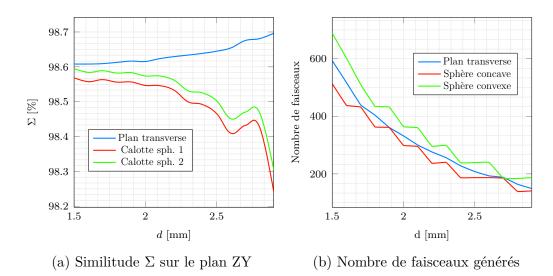


FIGURE 2.8 – Similitude  $\Sigma$  (a) entre le champ électrique recomposé et le champ de référence sur le plan YZ ( $y \in [-40, 40]$  mm,  $z \in [0, 250]$  mm) et nombre de faisceaux générés (b) en fonction de la distance inter-faisceau d. Les surfaces de décomposition considérées incluent un plan transverse et deux calottes sphériques de 60 mm de rayon : l'une centrée sur le centre de phase du faisceau incident et l'autre positionnée à z = 120 mm.

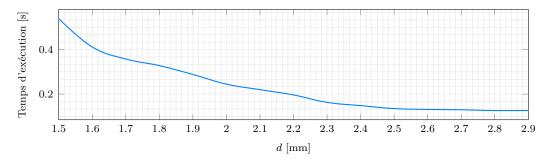


FIGURE 2.9 – Temps d'exécution pour la décomposition d'un champ électromagnétique, réalisée sur un plan transverse situé à z=60 mm, issu d'un faisceau gaussien avec une taille de ceinture  $w_0=2.3$ mm, en fonction de la distance inter-faisceaux d. La courbe est obtenue pour une moyenne calculée sur 10 exécutions pour chaque échantillon.

un nombre limité de faisceaux est nécessaire, car il permet de réduire le temps de traitement. Le temps d'exécution moyen en fonction de la distance inter-faisceau est présentée en figure 2.9. Il est observé que pour des distances inter-faisceaux d>2.5 mm, le temps d'exécution demeure constant, ce qui s'explique par le fait que, à mesure que la taille de la ceinture augmente, la divergence du faisceau diminue. En conséquence, la taille du faisceau sur la surface de décomposition croît de

manière moins significative. De fait, le nombre de points retenus pour la décomposition, et donc le temps d'exécution, reste stable.

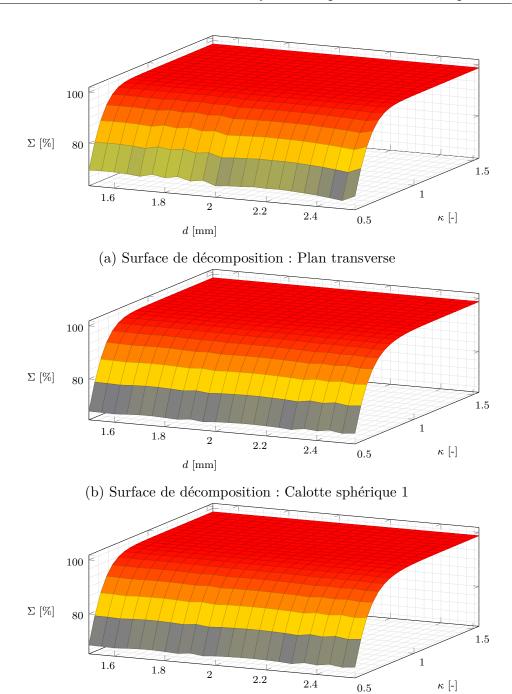
Il convient également de souligner que, pour une décomposition sur une calotte sphérique, qu'elle soit concave ou convexe, la perte de similitude reste relativement faible. Cette observation indique qu'il y a une certaine tolérance à la distance interfaisceaux avant que la précision de la décomposition ne soit notablement affectée. Par conséquent, utiliser une calotte sphérique pour la décomposition est recommandé lorsque la surface de l'élément quasi-optique situé en face de la source d'émission présente une géométrie similaire. Cette approche assure que les faisceaux suivent un trajet optique aussi uniforme et cohérent que possible, ce qui est crucial pour garantir une propagation précise et efficace des champs électromagnétiques dans les systèmes optiques complexes.

## 2.3.3 Impact du facteur de recouvrement

Le facteur de recouvrement joue un rôle crucial dans la manipulation de la taille de la ceinture des faisceaux élémentaires, tout en préservant une résolution constante lors de l'échantillonnage de la surface de décomposition. Plus précisément, il détermine la mesure dans laquelle les faisceaux élémentaires se superposent sur la surface analysée. Un facteur de recouvrement inférieur à 1 entraîne un échantillonnage incomplet du champ électromagnétique.

La figure 2.10 illustre cet effet. Pour des valeurs du facteur de recouvrement  $\kappa < 0.8$ , on observe une dégradation prononcée de la qualité de la reconstruction du champ électrique sur le plan longitudinal (YZ). Cela se manifeste par une diminution notable de la similitude entre le champ reconstruit et le champ réel, provoqué par la perte excessive d'information.

Cependant, il est important de noter qu'un facteur de recouvrement excessivement élevé n'est pas nécessairement bénéfique. Dans le contexte de cette étude, le faisceau test est un faisceau gaussien caractérisé par une symétrie de révolution et l'absence de lobes secondaires, ce qui simplifie son comportement. Bien que, dans ce cas particulier, une augmentation du recouvrement au-delà de ce qui est nécessaire ne semble pas nuire à la qualité de la reconstruction, il est raisonnable de supposer qu'un sur-échantillonnage pourrait, pour des faisceaux plus complexes, introduire



(c) Surface de décomposition : Calotte sphérique  $2\,$ 

d [mm]

FIGURE 2.10 – Analyse de l'influence du facteur de recouvrement  $\kappa$  combiné à la variation de la distance inter-faisceau d sur la qualité de la décomposition du champ électromagnétique, effectuée sur les trois types de surfaces : Plan (XY), calotte sphérique 1, et calotte sphérique 2.

des artefacts ou compromettre la précision de la décomposition. Cette hypothèse est fondée sur le fait qu'un recouvrement trop élevé pourrait entraîner une redondance excessive des informations, rendant l'algorithme de reconstruction moins efficace et potentiellement instable face à des irrégularités ou à des structures quasi-optique plus complexes en interaction avec le faisceau réel.

# 2.3.4 Qualité de la décomposition en fonction de la courbure de la surface de décomposition

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'influence de la courbure de la surface de décomposition sur la précision et l'efficacité de la décomposition. Pour ce faire, la surface de décomposition considérée ne sera plus simplement sphérique, mais adoptera une forme quadratique. Le calcul de cette surface est effectué de manière analogue à celui du front d'onde quadratique d'un faisceau gaussien, en suivant l'expression suivante :

$$z_s = \frac{x_s^2 + y_s^2}{R_s},\tag{2.16}$$

où  $R_s$  représente le rayon de courbure de la surface, et  $x_s$ ,  $y_s$ ,  $z_s$  sont les coordonnées cartésiennes de la surface de décomposition.

La distance inter-faisceaux d=2mm, le facteur de recouvrement  $\kappa=1.0$  et la distance  $d_s=60\text{mm}$  entre l'intersection surface-axe optique et le centre de phase du faisceau incident sont maintenus constants. Un balayage est effectué sur les valeurs de  $R_s$ . Deux types de surfaces sont pris en considération : une surface convexe, caractérisée par un rayon de courbure négatif  $(R_s<0)$ , et une surface concave, où le rayon de courbure est positif  $(R_s>0)$ . Le faisceau incident est toujours un faisceau gaussien circulaire de taille de ceinture  $w_{0,inc}=2.3\text{mm}$ .

La figure 2.11 révèle un phénomène intéressant concernant l'impact du rayon de courbure de la surface de décomposition sur la qualité de la décomposition des faisceaux. Les résultats indiquent que, au-delà d'un certain seuil pour le rayon de courbure, ce dernier n'affecte pas de manière significative la précision de la décomposition. Ces observations, corroborées par les résultats présentés dans les figures 2.6 et 2.7, suggèrent que la surface de décomposition n'a pas nécessairement besoin d'être proche du profil du front d'onde pour optimiser les performances, tant que la courbure de la surface reste modérée.

En d'autres termes, la qualité de la décomposition est principalement déterminée par deux facteurs : la rapidité de variation du faisceau sur le plan transverse et le maintien d'une courbure de surface raisonnable. Ces conclusions sont en accord avec les recommandations énoncées dans [50, p.60], qui soulignent que la performance optimale de la décomposition est obtenue lorsque la surface de décomposition présente une courbure modérée, plutôt que lorsque celle-ci tente de se conformer rigoureusement au profil du front d'onde.

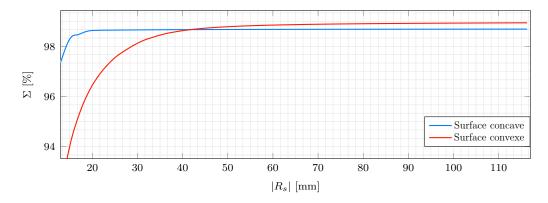


FIGURE 2.11 – Évolution de la similitude  $\Sigma$  en fonction du rayon de courbure  $R_s$  de la surface de décomposition. Deux configurations sont examinées : une surface concave  $(R_s > 0)$  et une surface convexe  $(R_s < 0)$ . Le faisceau incident est de forme circulaire et est positionné à z = 0), avec un paramètre de faisceau  $w_0 = 2,3$  mm.

# 2.4 Décomposition du champ électrique reçu à l'ouverture d'une structure guidée

Les systèmes étudiés dans ce manuscrit sont alimentés par un cornet, dont le champ électromagnétique incident n'est pas strictement gaussien, bien que cette approximation puisse être utilisée dans un premier temps. Il est donc important de modéliser cette antenne pour déterminer les caractéristiques des champs électrique et magnétique incident sur la surface de décomposition.

Il est également nécessaire de calculer les champs électrique et magnétique à l'ouverture des cornets et sondes utilisés dans le système pour modéliser la réception d'un champ électromagnétique.

Il s'agit de structures guidées, confinant l'onde électromagnétique dans un espace délimité, contrairement aux environnements en espace libre où les ondes se propagent sans contrainte. Il est alors possible d'utiliser des techniques spécifiques adaptées à ce type de structure pour calculer les champs électrique et magnétique se propageant à leur ouverture, que ce soit en réception ou en transmission.

## 2.4.1 Champs à l'ouverture

Le champ électrique en un point r est obtenu en utilisant la formule de recombinaison,

$${}^{g}\boldsymbol{E}({}^{g}\boldsymbol{r}) \approx \sum_{n=1}^{N} {}^{g}\boldsymbol{\mathsf{K}}_{n}{}^{n}\boldsymbol{E}_{gb,n}({}^{n}\boldsymbol{r}).$$
 (2.17)

Pour tenir compte de la présence de la sonde, les champs reçus  $E_{ap}$  et  $H_{ap}$  à son ouverture Ap sont exprimés comme une combinaison de modes guidés [31, p.120] :

$${}^{g}\boldsymbol{E}_{ap}(\boldsymbol{r}) = \sum_{k=0}^{N} c_{k}\boldsymbol{e}_{k}({}^{g}\boldsymbol{r}). \tag{2.18}$$

Les propriétés orthonormales des modes sont utilisées pour trouver les coefficients modaux. En multipliant les équations des champs par les fonctions propres (magnétiques) conjuguées, et en intégrant sur la section transversale, on peut déterminer les coefficients modaux :

$$c_k = \iint_{Ap} {}^{g} \mathbf{E}_{ap}({}^{g}\mathbf{r}) \times \mathbf{h}_k^* \cdot {}^{g} \hat{\mathbf{n}} dS$$
 (2.19)

où  $h_k$  désignent les champs électrique et magnétique du mode guidé k, et  $\hat{n}$  le vecteur normal à l'ouverture.

Une technique de raccordement des modes est ensuite utilisée pour calculer les coefficients modaux reçus par le guide d'ondes alimentant la sonde [31, p. 122].

## 2.4.2 Propagation dans la sonde

Il est possible d'utiliser des solveurs électromagnétiques pour déterminer l'onde effectivement récupérée dans le guide connecté à la sonde. Néanmoins, ces méthodes peuvent se révéler coûteuses en puissance de calcul. Une alternative moins onéreuse est la méthode de raccordement des modes ("mode matching") présentée en Annexe C, qui se révèle très pratique pour analyser et concevoir des dispositifs à guide d'ondes. Elle est particulièrement efficace pour les structures qui peuvent être décomposées en sections homogènes où les champs électromagnétiques sont exprimables en termes de modes propres.

La première étape consiste à décomposer la sonde en plusieurs sections où les solutions aux équations de Maxwell peuvent être trouvées sous forme de modes guidés. Chaque section est homogène et possède des propriétés électromagnétiques uniformes.

Pour chaque section homogène, on détermine les modes guidés. Les champs électromagnétiques dans ces sections peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire de ces modes, comme vu précédemment avec l'équation 2.18.

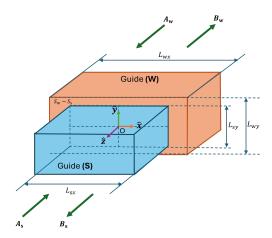


FIGURE 2.12 – Discontinuité issue du raccord entre deux guides rectangulaires de tailles différentes, ici possédant le même axe optique.

Pour chaque discontinuité, une matrice de répartition lie les ondes transmises  $\mathbf{B}_w$  et  $\mathbf{B}_s$  et incidentes  $\mathbf{A}_w$  et  $\mathbf{A}_s$  des deux sections W (la plus grande) et S (la plus

petite) mises en jeu, tel que :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_w \\ \mathbf{B}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{ww} & \mathbf{S}_{ws} \\ \mathbf{S}_{sw} & \mathbf{S}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_w \\ \mathbf{A}_s \end{bmatrix}. \tag{2.20}$$

Cette matrice est calculée en tenant compte des conditions aux limites et d'un raccordement entre les champs de chaque section [31, pp. 120-124]. L'opération est détaillée en Annexe C.

On construit une matrice de répartition généralisée  $S_{GSM}$  pour toute la structure en cascadant les matrices de répartition de chaque discontinuité (portions de guides comprises, voir Annexe C).  $S_{GSM}$  relie les coefficients modaux à ceux des ondes transmises dans le guide, notés  $b_{2,k}$ ,

$$\begin{bmatrix} \sim \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{S}_{GSM} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{0}_N \end{bmatrix}, \tag{2.21}$$

où  $\mathbf{0}_N$  est un vecteur colonne de N zéros et  $\mathbf{c}$  le vecteur colonnes des coefficients  $c_k$ .

On considère ici que la source émet une puissance totale de 1 W. Dans le cas d'un système multi-mode, le paramètre de transmission correspond à la matrice

$$\mathbf{S}_{21} = \operatorname{diag}(\mathbf{b}_2). \tag{2.22}$$

Dans le cas d'une sonde à guide d'ondes ouvert (OEWG), cette matrice peut être ignorée, car elle n'induit qu'un déphasage proportionnel à la longueur de la sonde. Si la source est mono-mode, alors il est possible de ne récupérer que le mode fondamental et le paramètre de transmission devient scalaire et s'écrit alors :

$$S_{21} = c_0 = \iint_{Ap} {}^{g} \boldsymbol{E}_{ap}({}^{g}\boldsymbol{r}) \times \boldsymbol{h}_0^* \cdot {}^{g} \hat{\boldsymbol{n}} dS$$
 (2.23)

Il est à noter que cette technique est réciproque. Le champ électromagnétique émis par un cornet peut être calculé en sectionnant le cornet sur sa longueur et en récupérant les modes propagatifs à l'ouverture. Le champ électrique résultant est alors la somme de ces modes.

Dans le cas du cornet, supposé excité par  $N_{in}$  modes orthogonaux, celui-ci est

décomposé en une série de guides et de discontinuités. La matrice de répartition généralisée  $\mathbf{S}_{GSM}$  raccorde les modes à l'entrée et ceux présents à l'ouverture, dont la somme permet d'obtenir les champs  $\mathbf{E}_{ap}$  et  $\mathbf{H}_{ap}$  dans l'ouverture du cornet.

# 2.5 Application à un faisceau émis par un cornet diagonal

Dans les systèmes en bande J (220-330 GHz) étudiés dans le cadre de cette thèse, la source électromagnétique utilisée est un cornet diagonal. Ce type de cornet [51, 52] présente comme caractéristique d'avoir une ouverture inclinée de 45° par rapport à l'axe principal de l'antenne. Contrairement aux cornets rectangulaires classiques [53, pp.769-783] [54], le cornet diagonal a une géométrie qui lui permet de générer ou de recevoir des ondes électromagnétiques avec une polarisation particulière. Cette configuration influence la distribution du champ électromagnétique à l'ouverture, permettant un contrôle plus précis de la polarisation et des lobes secondaires. Ainsi, dans les plans de polarisation YZ (plan E) et XZ (plan H), les lobes secondaires sont réduits par rapport à un cornet rectangulaire classique et le lobe principal est quasi-gaussien.

Les techniques de décomposition de champ discutées dans ce chapitre sont utilisées pour modéliser le rayonnement d'un cornet lorsqu'il est excité dans son guide d'alimentation, en le représentant sous la forme de faisceaux gaussiens dans l'espace libre. Cette représentation facilite ensuite la propagation du champ électromagnétique à travers un système quasi-optique en utilisant la méthode du lancer de faisceaux.

# 2.5.1 Modélisation du cornet comme structure guidée

Le cornet est modélisé en appliquant la méthode de raccordement de modes, comme décrit précédemment. La figure 2.13 montre le processus de découpage du cornet en petites sections de guide, chacune avec une ouverture croissante de 0.015 mm. À partir de cette modélisation, les coefficients des modes propagatifs à l'ouverture du cornet sont déterminés et illustrés sur la figure 2.14. Ces coefficients permettent

de calculer le champ électromagnétique à l'ouverture du cornet.

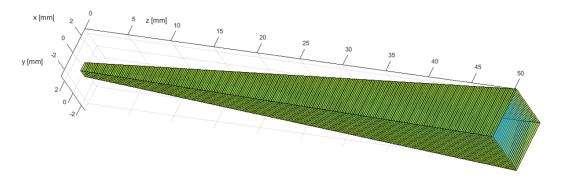


FIGURE 2.13 – Découpe de la section diagonale du cornet en 156 sections de  $0.015\,\mathrm{mm}$  de longueur chacun.

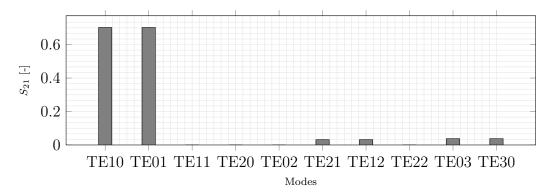


FIGURE 2.14 – Coefficients des modes TE se propageant à l'ouverture du cornet diagonal.

On observe que les modes  $TE_{01}$  et  $TE_{10}$  sont les modes propagatifs prédominants à l'ouverture du cornet ce qui permet de simplifier la modélisation initiale du cornet en supposant que le rayonnement dans l'espace libre est principalement dû à ces deux modes. Chacun de ces modes est alors considéré comme transportant approximativement la moitié de la puissance incidente totale. Ce rayonnement est calculé en appliquant la formule de Kottler, comme détaillé dans [55, p.822]. Cette approche fournit une première approximation robuste du comportement du cornet qui pourra être raffinée par la suite en augmentant le nombre de modes considérés.

Avant de procéder à une analyse de la qualité des décompositions en faisceaux gaussiens, il est essentiel de valider la précision de la modélisation du cornet. À cet effet, une simulation du cornet utilisant la méthode des raccordements de modes et la formule de rayonnement à 300 GHz est comparée à une simulation de type full-wave réalisée à la même fréquence avec le logiciel Feko.

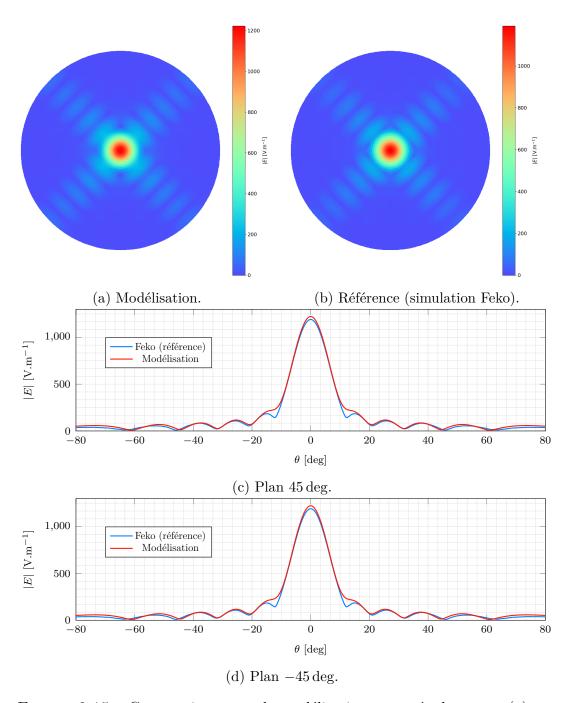


FIGURE 2.15 – Comparaison entre la modélisation proposée du cornet (a) et une simulation *full-wave* réalisée avec Feko (b), du module du champ électrique rayonné par un cornet diagonal sur une sphère de  $80 \,\mathrm{mm}$  de rayon centrée sur l'ouverture, présentée en vue de dessus (direction -Z). Les lobes secondaires sont comparés le long des plans à  $45^{\circ}$  (c) et  $-45^{\circ}$  (d).

On constate sur la figure 2.15 une grande similitude entre les résultats des deux méthodes, malgré des durées de calcul différentes. Une dizaine de minutes est nécessaire pour Feko (plusieurs dizaines pour HFSS), tandis que moins d'une minute suffit pour la modélisation via le raccordement de modes. Cette différence s'explique par le fait que la méthode des raccordements de modes est semi-analytique et optimisée pour un profil rectangulaire.

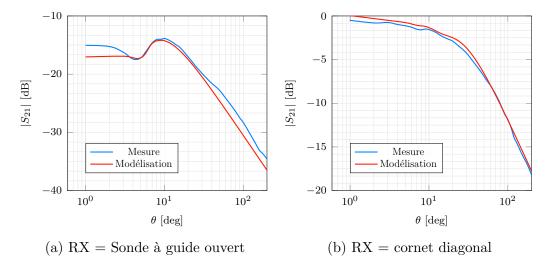


FIGURE 2.16 – Comparaisons entre la modélisation du rayonnement du cornet diagonal et une mesure effectuée avec une sonde à guide ouvert (a) et un deuxième cornet diagonal (b). Un étalonnage guide-à-guide en sortie des convertisseurs millimétriques a préalablement été effectué avec la méthode Reflect-Thru-Line.

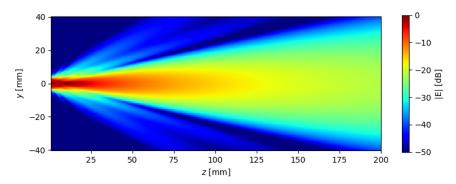
La modélisation a été comparée à des mesures effectuées à l'aide d'une sonde de champ proche à guide ouvert. Le rayonnement émis par l'ouverture du cornet est déterminé en appliquant la formule de Kottler sur une grille de points répartis le long de la surface d'une ouverture rectangulaire, correspondant à celle d'une sonde de champ proche à guide ouvert en bande J. L'équation 2.19 est ensuite utilisée pour extraire le paramètre de transmission  $S_{21}$  à partir des champs calculés à l'ouverture de la sonde, en plusieurs points situés le long de l'axe optique. La simulation ainsi obtenue est comparée à des mesures expérimentales du paramètre  $S_{21}$  réalisées sur un banc de test dont la mise en oeuvre ainsi que son étalonnage seront décrits en détail dans un chapitre ultérieur de ce manuscrit. Afin de procéder à une analyse quantitative rigoureuse, les deux courbes ne sont pas normalisées par rapport au maximum de rayonnement, et les valeurs absolues, exprimées en décibels, seront utilisées pour la comparaison. Une analyse similaire est ensuite effectuée en utilisant

un second cornet, en remplacement d'une sonde à guide ouvert. On constate que l'erreur est moindre lorsqu'un autre cornet diagonal est utilisé à la place du guide ouvert ce qui peut s'expliquer par la différence de taille des ouvertures. En effet, la sonde à guide ouvert est plus susceptible de générer des phénomènes de diffraction que l'ouverture du cornet, un effet qui n'est pas pris en compte dans les simulations. Les cas étudiés dans cette thèse nécessitent l'utilisation d'un cornet diagonal en tant que récepteur, ce qui nous permet de conclure que la méthode adoptée s'avère pertinente et adaptée à ce contexte.

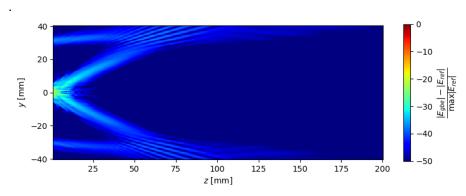
#### 2.5.2 Modélisation du cornet en espace libre

Le champ électromagnétique émis par le cornet est ensuite décomposé en faisceaux gaussiens suivant deux configurations. La première configuration utilise une calotte sphérique centrée sur l'ouverture du cornet, avec un rayon de 80 mm, tandis que la seconde repose sur un plan situé à 80 mm de l'ouverture. Pour les deux configurations, les paramètres de décomposition sont fixés pour une distance inter-faisceaux d=2.5 mm et un facteur de recouvrement  $\kappa=1.0$ . Selon l'analyse présentée dans ce chapitre, il est attendu que les deux méthodes de décomposition produisent des résultats équivalents en termes de qualité de reconstruction du champ électrique. Cependant, le choix entre une calotte sphérique et un plan est déterminé en grande partie par la géométrie de l'élément quasi-optique placé en aval du cornet, souvent une lentille.

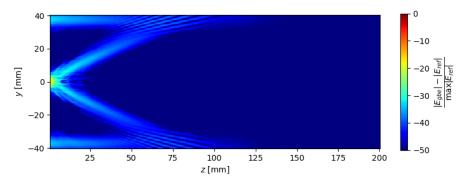
Les champs calculés avec les décompositions en faisceaux gaussiens sont comparés avec le champ électrique obtenu sur un même plan yOz en utilisant la formule de Kottler comme référence. Pour la figure 2.17b, la surface de décomposition est l'ico-sphère de rayon 80 mm. On observe que la recomposition correspond fidèlement au champ électrique de référence, excepté pour les distances inférieures à une trentaine de longueurs d'onde. Une conclusion analogue peut être tirée en comparant le champ de référence avec celui obtenu par la combinaison des faisceaux issus de la décomposition sur un plan (Figure 2.17c). Étant donné que le cornet est toujours associé à une lentille dont la distance focale est largement supérieure à 30 mm, la zone d'intérêt reste toujours en dehors de ces erreurs. Lorsqu'un cornet est modélisé en ne considérant que les deux modes fondamentaux  $TE_{01}$  et  $TE_{10}$ , l'erreur se manifeste principalement uniquement à proximité de l'ouverture du cornet. En incorporant des modes de propagation supérieurs, on observe l'apparition de fluc-



(a) Intensité normalisée du champ électrique servant de référence, rayonné par un cornet diagonal, calculé avec la formule de Kottler, en dB



(b) Intensité de la différence vectorielle entre le champ électrique et la référence, en dB, dans le cas d'une calotte sphérique de rayon 60 mm centrée sur l'ouverture.



(c) Intensité de la différence vectorielle entre le champ électrique et la référence, en dB, dans le cas d'un plan transverse xOy situé à  $60\,\mathrm{mm}$  de l'ouverture.

FIGURE 2.17 – Champ électrique rayonné par un cornet diagonal, calculé à partir des champs électrique et magnétique à l'ouverture obtenus par la méthode des raccordements de modes.

tuations plus complexes dans le champ électrique. Celles-ci, bien que plus réalistes, sont moins bien prises en compte par la méthode de décomposition qui se révèle alors moins efficace pour les traiter avec la même précision que les contributions des modes fondamentaux.

Nous pouvons en déduire que la combinaison des faisceaux permet de modéliser avec suffisamment de précision la propagation du faisceau émis par le cornet diagonal en espace libre. Cette méthode de génération de faisceau sera donc adoptée par défaut sur la bande J lorsque le cornet ne sera pas représenté par un faisceau gaussien.

# 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé diverses approches pour la décomposition d'un champ électromagnétique, chacune étant adaptée à des contextes spécifiques. La sélection de la méthode adéquate dépend principalement de la nature de la structure que l'on souhaite modéliser. La décomposition modale sera favorisée pour les structures guidées, telles que les guides d'ondes ou les cavités résonnantes, où elle permet une description précise des modes de propagation et des champs à l'ouverture des structures. En revanche, pour les cas de propagation en espace libre de faisceaux faiblement divergents avec un profil transverse relativement stable, non soumis aux contraintes d'une structure guidée, la méthode de décomposition en multi-faisceaux gaussiens sera adoptée. Cette approche est en effet particulièrement bien adaptée pour modéliser des champs dont la variation transverse est modérée. Seul est requis le champ électromagnétique incident sur la sphère de décomposition, déterminé par une méthode quelconque. Il est donc tout à fait possible d'utiliser un logiciel commercial comme Feko pour calculer les champs électrique et magnétique sur la surface de décomposition et qui seront ensuite utilisés par l'outil de simulation développé pour l'étude de systèmes quasi-optiques complexes.

# MODÉLISATION D'UN BANC DE CARACTÉRISATION DE MATÉRIAUX EN ESPACE LIBRE

3.1	Intro	oduction	65				
	3.1.1	État de l'art de la modélisation de paramètres S en					
		espace libre	65				
	3.1.2	Modèle analytique d'une lame diélectrique à faces					
		parallèles	69				
	3.1.3	Étalonnage Thru-Reflect-Line	70				
3.2 Modélisation du banc de caractérisation en bande							
	J (2	20-330 GHz)	<b>73</b>				
	3.2.1	Présentation du banc	73				
	3.2.2	Configuration de la modélisation et hypothèses	75				
	3.2.3	Simulation de la GOLA seule et comparaison avec					
		des mesures expérimentales	77				
	3.2.4	Simulation de l'étalonnage sans défaut	80				
	3.2.5	Simulation avec une la me diélectrique de rexolite $% \left( 1\right) =\left( 1\right) \left( 1\right) =\left( 1\right) \left( 1\right) \left$	82				
	3.2.6	Défauts sur la position des lentilles sans défaut sur					
		l'échantillon	86				
	3.2.7	Défauts sur l'orientation des lentilles sans défaut sur					
		l'échantillon	89				
	3.2.8	Simulation d'un montage expérimental réaliste avec					
		des défauts mineurs	91				
3.3		lélisation du banc de caractérisation en bande					
	$\mathbf{W}$ (	75-110 GHz)	93				
	3.3.1	Présentation du banc	93				
	3.3.2	Simulation du banc avec étalonnage	94				

### Chapitre 3 – Modélisation d'un banc de caractérisation de matériaux

3.3.3	Impact de l'inclinaison de la lame diélectrique sur la
	mesure et la simulation des paramètres S $\dots \dots 97$
3.3.4	Étude de la variation du paramètre de transmission
	en fonction de l'angle d'inclinaison du MUT $100$
3.4 Con	clusion

### 3.1 Introduction

Un banc de caractérisation de matériau en espace libre est utilisé pour mesurer les propriétés diélectriques (permittivité, perméabilité, pertes diélectriques) des matériaux tout en minimisant les interférences et réflexions grâce à une configuration de test bien contrôlée et calibrée. Un banc typique est constitué des antennes placées de part et d'autre du matériau à tester. Elles sont soigneusement alignées pour assurer que leurs axes optiques coïncident, garantissant ainsi une illumination sous incidences normales des lentilles comme du matériau à tester. Sur les bancs développés par le département Micro-Ondes de IMT Atlantique, les antennes utilisées sont des cornets focalisants à faisceau gaussien, aussi appelées Gaussian Optic Lens Antenna (GOLA). Le matériau à caractériser (MUT - Material Under Test) est placé entre les antennes. L'échantillon maintenu en position par des pinces. Un analyseur de réseaux vectoriel (ARV) est utilisé pour mesurer les paramètres S, qui sont essentiels pour l'extraction des propriétés du matériau. Le dispositif est placé dans un espace ouvert avec une configuration où les réflexions peuvent être minimisées, par exemple en utilisant des absorbeurs, placés autour des éléments réfléchissant pour atténuer les ondes réfléchies lorsque l'environnement est trop contraignant.

Avant de commencer les mesures, le système est calibré sans le matériau pour établir un étalonnage. Cela aide à corriger les effets des antennes, du système de mesure et de l'environnement. Les données mesurées sont ensuite analysées pour déterminer les propriétés électromagnétiques du matériau. La permittivité du matériau est déterminée en comparant la matrice S au modèle analytique de la lame, en supposant une onde plane comme excitation [56, 57]. Cette condition est localement remplie si l'échantillon est placé au niveau de la ceinture d'un faisceau gaussien, idéalement situé à équidistance entre les deux antennes.

# 3.1.1 État de l'art de la modélisation de paramètres S en espace libre

La mesure des paramètres S d'un échantillon à l'aide d'un système quasi-optique repose sur un banc expérimental minutieusement calibré. Pour garantir la fiabilité de ces mesures, il est essentiel de pouvoir prédire avec précision le comportement électromagnétique du banc. L'objectif est de résoudre un problème direct, c'est-à-dire

de calculer les paramètres S à partir de la connaissance des propriétés électromagnétiques du matériau, en particulier sa permittivité.

Bien que l'objectif ultime d'un banc de caractérisation soit de résoudre un problème inverse (déterminer la permittivité du matériau à partir des paramètres S mesurés), il est primordial de vérifier au préalable que le banc fonctionne correctement et mesure les paramètres S avec précision. Cela implique de valider deux aspects importants :

- Le banc doit être étalonné afin de s'affranchir des effets du système de mesure.
- Un modèle analytique ou numérique des paramètres S doit être disponible pour pouvoir extraire la permittivité à partir des mesures, ou des simulations.

Les solveurs classiques, dits *full-waves*, nécessitent des ressources informatiques considérables, rendant une étude approfondie des phénomènes électromagnétiques en un temps raisonnable difficilement réalisable. Afin de pallier à cette limitation, Christophe et al. [58] ont proposé une méthode hybride combinant la méthode des moments et l'approximation de Kirchhoff pour le calcul de la matrice de diffusion d'un échantillon tel qu'une lame diélectrique. Cette approche permet de modéliser les paramètres S d'une lame diélectrique seule ou recouverte de films d'eau ou de gouttelettes. La méthode a montré des résultats convaincants, tant en comparaison avec le modèle analytique basé sur les coefficients de Fresnel généralisés (voir Section 3.1.2) qu'avec les données expérimentales.

En parallèle, il est courant de recourir à des méthodes asymptotiques, plus adaptées aux configurations expérimentales complexes. MRNKA et al. [59] ont proposé un modèle simplifié n'utilisant que le paramètre  $S_{21}$  et la connaissance de l'épaisseur de l'échantillon. Ce modèle prédit le paramètre de transmission en fonction de la fréquence selon l'expression suivante :

$$S_{21}(f) = \frac{4n \exp\left\{-j(n-1)\frac{2\pi f}{c}\right\}}{(n+1)^2 - (n-1)^2 \exp\left\{-jn\frac{2\pi f}{c}\right\}},$$
(3.1)

où n représente l'indice de réfraction complexe de l'échantillon, f la fréquence, et c la vitesse de la lumière en espace libre. Il est important de noter que ce modèle intègre l'étalonnage du système de mesure (réalisé via la mesure du thru). Les résultats obtenus avec ce modèle se rapprochent des mesures expérimentales avec une

différence d'environ 0.3 dB. La précision de cette méthode peut être encore améliorée en combinant mesures et simulations à deux points de fréquence pour l'extraction de la permittivité. Cependant, cette méthode présente la limitation d'être valable uniquement pour des incidences normales.

Cheng et al. [60] proposent une méthode où le faisceau gaussien incident est décomposé en un spectre angulaire d'ondes planes, à partir duquel les coefficients de transmission et de réflexion sont déterminés. Contrairement à l'approche traditionnelle supposant une onde localement plane à la ceinture du faisceau, cette méthode relie directement les coefficients aux paramètres de permittivité du MUT, permettant ainsi de résoudre le problème inverse. Cette approche permet de simuler les paramètres S du MUT via les coefficients de transmission et de réflexion du faisceau incident.

SAKAI et al. [61] utilisent une méthode basée sur le couplage entre faisceaux gaussiens pour estimer le coefficient de transmission d'un système en réalisant une convolution entre le faisceau incident et l'échantillon. Ce procédé permet d'obtenir des résultats précis pour des configurations spécifiques, notamment en tenant compte de la distribution spatiale du faisceau. MRNKA et al. [62] proposent également, en plus de la méthode citée précédemment, une approche similaire où les coefficients de transmission et de réflexion sont calculés à partir du couplage de faisceaux gaussiens. L'étalonnage est effectué en normalisant les mesures expérimentales à l'aide d'une référence pour la transmission et la réflexion. Bien que cette méthode produise des résultats fiables, même pour des angles d'incidence obliques, elle ne permet pas de résoudre le problème inverse, c'est-à-dire d'extraire directement la permittivité d'un matériau à partir des paramètres S mesurés. En revanche, elle peut servir de correction pour des méthodes basées sur des ondes planes, augmentant ainsi la précision des simulations.

ZHANG et al. [63] explorent également une méthode temporelle, communément appelée Spectroscopie dans le Domaine Temporel (TDS). Cette approche consiste à déterminer la fonction de transfert H(f) en calculant la transformée de Fourier des signaux reçus avec échantillon  $E_{sam}(t)$  et sans échantillon  $E_{air}(t)$ . La fonction de transfert obtenue permet de déduire les propriétés diélectriques de l'échantillon, notamment la permittivité complexe. Bien que cette méthode soit efficace pour déterminer la permittivité du matériau, elle ne permet pas de modéliser directement les paramètres S, qui sont essentiels pour l'analyse de la réflexion et de la transmission

dans un système quasi-optique.

La méthode proposée dans ce manuscrit (Figure 3.1) n'est pas un modèle au sens classique. Elle repose sur la simulation de la propagation du champ électrique à travers les éléments quasi-optiques du banc, permettant ainsi de simuler directement une mesure des paramètres S, tout en intégrant les étapes d'étalonnage. L'avantage majeur de cette approche réside dans sa flexibilité, puisqu'elle permet de modéliser le banc soit avec une source électromagnétique réaliste, soit en utilisant un simple faisceau gaussien. À l'instar de la méthode proposée dans [62], l'objectif principal est de simuler le comportement du banc expérimental dans différentes configurations, sans chercher à résoudre le problème inverse. Ce type de simulation permet de mieux comprendre les interactions électromagnétiques au sein du banc, mais ne vise pas à déterminer directement la permittivité des matériaux sous test à partir des paramètres S.

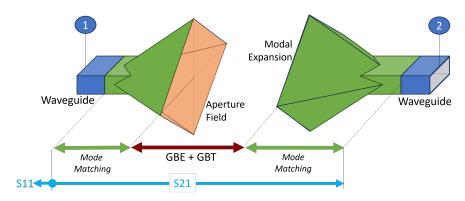


FIGURE 3.1 – Principe de la modélisation utilisé dans ce manuscrit pour simuler les paramètres S. Une méthode de raccordement de modes est utilisée pour modéliser les cornets, tandis que la décomposition en faisceaux gaussiens (DGG) et le suivi de faisceaux gaussiens (SFG) sont utilisés pour simuler le système quasi-optique.

L'ensemble de ces méthodes repose sur l'hypothèse principale que le faisceau illuminant l'échantillon est de nature quasi-gaussienne. Cela signifie que leur application requiert l'utilisation de cornets émettant un faisceau qui se rapproche le plus possible d'un faisceau gaussien, avec l'échantillon placé au niveau de la ceinture où le de front d'onde est plan.

# 3.1.2 Modèle analytique d'une lame diélectrique à faces parallèles

Une lame diélectrique à faces parallèles peut-être modélisée en utilisant des matrices de propagation [64] ou la théorie des lignes de transmission. Ce modèle suppose une onde plane incidente sur le matériau de dimension transversale infinie. Ainsi, avec  $\gamma$  la constante de propagation dans le milieu  $\epsilon_r$  de la lame, et

$$\Gamma = \frac{1 - \sqrt{\epsilon_r}}{1 + \sqrt{\epsilon_r}},\tag{3.2}$$

le coefficient de réflexion de l'interface air-diélectrique, nous obtenons les coefficients de réflexion et de transmission de la lame diélectrique d'épaisseur h sous incidence normale

$$S_{11,th} = \frac{\Gamma(1 - \exp\{-2j\gamma h\})}{1 - \rho^2 \exp\{-2j\gamma h\}},$$
(3.3a)

$$S_{21,th} = \frac{(1 - \Gamma^2) \exp\{-j\gamma h\}}{1 - \rho^2 \exp\{-2j\gamma h\}}.$$
 (3.3b)

Pour une lame constituée d'un matériau isotrope et homogène, on applique la réciprocité, soit  $S_{12,th}=S_{21,th}$  et la symétrie nous donne  $S_{22,th}=S_{11,th}$ .

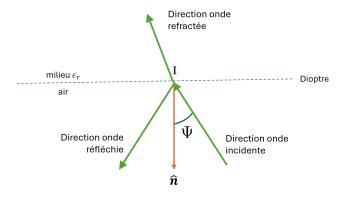


FIGURE 3.2 – Réfraction et réflexion d'une onde plane incidente sous un angle  $\Psi$  par rapport à la normale à l'interface air-diélectrique.

Dans certains cas, il peut être pertinent d'illuminer la lame diélectrique sous un certain angle d'incidence comme illustré en Figure 3.2. L'équation 3.2, qui décrit le coefficient de réflexion dans le cas d'une incidence normale, doit alors être réécrite en incluant des termes dépendant de l'angle d'incidence Psi. À l'instar du comporte-

ment d'un faisceau traversant une interface plane, l'influence de l'angle d'inclinaison  $\psi$  varie selon la polarisation du faisceau : S (également notée TE) ou P (notée TM). Le coefficient de réflexion  $\Gamma$  à l'interface obéit aux lois de Fresnel. Lorsque le milieu incident est l'air et que le milieu réfractant possède une permittivité  $\epsilon_r$ , on obtient l'expression suivante pour  $\Gamma$ :

$$\Gamma_S = \frac{\cos(\psi) - \sqrt{\epsilon_r}\cos(\Psi)}{\cos(\psi) + \sqrt{\epsilon_r}\cos(\Psi)},\tag{3.4a}$$

$$\Gamma_P = \frac{\cos(\Psi) - \sqrt{\epsilon_r}\cos(\psi)}{\cos(\Psi) + \sqrt{\epsilon_r}\cos(\psi)},\tag{3.4b}$$

avec

$$\cos \Psi = \sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon_r} \sin^2(\psi)}.$$
 (3.5)

On peut alors déterminer les paramètres  $S_{11,th}$  et  $S_{21,th}$  en fonction de l'angle  $\psi$  :

$$S_{11,th,S|P} = \frac{\Gamma_{S|P} \left( 1 - \exp\left\{ -2j\gamma h \cos(\Psi) \right\} \right)}{1 - \rho^2 \exp\left\{ -2j\gamma h \cos(\Psi) \right\}},$$
 (3.6a)

$$S_{21,th,S|P} = \frac{\left(1 - \Gamma_{S|P}^2\right) \exp\left\{-j\gamma h \cos(\Psi)\right\}}{1 - \rho^2 \exp\left\{-2j\gamma h \cos(\Psi)\right\}}.$$
 (3.6b)

.

## 3.1.3 Étalonnage Thru-Reflect-Line

L'étalonnage *Thru-Reflect-Line* (TRL) est une méthode utilisée principalement dans les systèmes de mesure de paramètres S pour calibrer un analyseur de réseau vectoriel (ARV). Cette méthode est essentielle pour obtenir des mesures précises et fiables.

L'étalonnage TRL est conçu pour corriger les erreurs due à l'environnement de mesure en utilisant trois types d'étalon : un étalon de réflexion (reflect), un étalon de transmission (thru), et un étalon de ligne (line). Chaque étalon est mesuré alternativement en utilisant le port 1 comme source, puis le port 2.

— Thru: Une connexion directe entre deux ports du système, sans aucune perte ou réflexion significative. Il est utilisé pour définir les conditions idéales pour la transmission. Dans un étalonnage en espace libre, cela équivaut à

effectuer la mesure sans aucun élément placé entre les deux GOLAs. La distance séparant l'ouverture des deux cornets est une référence, que l'on notera  $d_0$ 

- Reflect: Un standard de réflexion qui présente une impédance connue (par exemple, un court-circuit ou un circuit ouvert) pour calibrer les coefficients de réflexion mesurés par l'ARV. L'élément sous test est ainsi remplacé par un réflecteur parfait, et la tête de mesure numéro 2 est décalé de la largeur du réflecteur pour que les deux ports soient équidistants de la surface réfléchissante.
- Line: Un standard de ligne est un morceau de câble ou de ligne de transmission avec une longueur connue (typiquement  $\frac{\lambda}{4}$ ), qui introduit une certaine quantité de retard et de pertes. Il est utilisé pour mesurer les caractéristiques de phase et d'atténuation du système. L'élément sous test est donc remplacé par un espace d'air de  $\frac{\lambda}{4}$  (où  $\lambda$  est déterminé à la fréquence centrale de la bande). La distance entre les deux têtes de mesures est donc augmentée de cette même épaisseur.

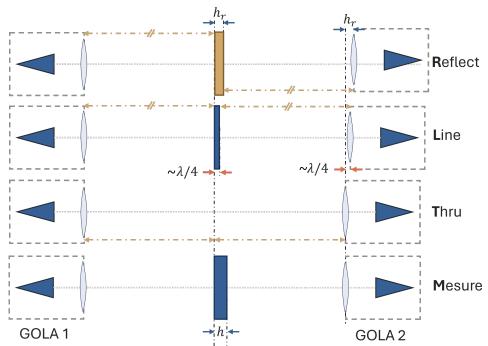


FIGURE 3.3 – Principe de l'étalonnage TRL pour ses trois phases T, R et L, ainsi que de la configuration équivalente de la mesure (étape M).

Cet étalonnage est réalisé sur le banc de caractérisation afin de pouvoir extraire les paramètres S de la lame diélectrique [65] de ceux mesurés avec l'ARV, une étape

cruciale pour la détermination précise de sa permittivité. La Figure 3.3 synthétise l'opération. Dans un premier temps, il sera supposé que les deux lentilles sont identiques et que tous les éléments optiques sont parfaitement alignés, représentant le cas idéal pour le banc. Suite à cette mesure, la distance entre les deux cornets est ramenée à  $d = d_0$ .

Lors d'une mesure ou d'une simulation, la GOLA située au port 2 n'est pas déplacée et reste dans la configuration utilisée pour l'étape Thru. Il est alors nécessaire de ramener toutes les paramètres à un unique plan de référence, comme obtenu à l'issue du calibrage TRL appliqué au banc expérimental. Ce plan est situé au niveau de la face 1 de la lame, pour comparer la mesure ou la simulation au modèle analytique de la lame diélectrique, les paramètres  $S_{22,th}$ ,  $S_{12,th}$  s'expriment comme suit :

$$S_{22,th,c} = S_{22,th} \cdot \exp\{2jk_0h\},$$
 (3.7a)

$$S_{21,th,c} = S_{21,th} \cdot \exp\{jk_0h\}.$$
 (3.7b)

Pour éliminer tout décalage causé par un mauvais positionnement de la plaque ou de l'une des deux GOLA par rapport au plan de référence de la méthode TRL, la phase du produit entre  $S_{11}$  et  $S_{22}$  est utilisée pour comparer avec le modèle. Pour chaque étape, les résultats des simulations sont stockés dans des fichiers au format S2P afin d'appliquer l'étalonnage TRL.

Nous proposons, dans ce chapitre, de réaliser cette opération sur des données simulées et de comparer les résultats avec un modèle analytique de la lame diélectrique.

# 3.2 Modélisation du banc de caractérisation en bande J (220-330 GHz)

#### 3.2.1 Présentation du banc

Le banc de caractérisation en bande J (220-330 GHz) est présenté en figure 3.4. L'antenne focalisante est constituée d'un cornet diagonal, commercialisé par VDI<sup>1</sup>. Un cornet diagonal est un type de cornet dont l'ouverture rectangulaire est inclinée de 45° par rapport à l'axe principal de l'antenne. Contrairement aux cornets rectangulaires classiques, le cornet diagonal a une géométrie qui lui permet d'obtenir plusieurs modes de propagation à l'ouverture, s'approchant ainsi du rayonnement d'un cornet circulaire rainuré généralement utilisé à des fréquences plus basses. Cette configuration influence la distribution du champ électromagnétique à l'ouverture, permettant de réduire les lobes secondaires. Le rayonnement en champ lointain du cornet diagonal peut être assimilé à un faisceau gaussien, dont le mode fondamental transporte 85% de sa puissance [51]. Enfin, le cornet diagonal présente une directivité élevée, ce qui signifie qu'il est possible d'éclairer une lentille en limitant les interactions avec les bords de celle-ci. La lentille plano-convexe éclairée par le cornet est fabriquée par ThorLabs en PTFE. Ce matériau est largement utilisé dans le domaine des fréquences sub-THz de par sa faible constante diélectrique [66, 67] (typiquement 1.96). La tangente de pertes du PTFE est également très faible [67] (typiquement entre 0.0001 à 0.001 aux fréquences sub-THz), impliquant de faibles pertes diélectriques lors de la propagation du faisceau dans la lentille.

La figure 3.5 présente la version robotisée de ce banc qui a également été testée. Dans cette configuration, l'échantillon est fixé à un bras robotisé permettant un positionnement et une orientation précis du MUT. Les sources sont montées sur une plate-forme unique, permettant de les déplacer sur le rail sans modifier la distance lentille-cornet, tandis que les convertisseurs millimétriques et les lentilles associées sont individuellement montés sur des platines à trois axes. Cela permet un alignement fin et précis de chaque composant, assurant ainsi un contrôle rigoureux des paramètres expérimentaux et une flexibilité accrue dans la manipulation du faisceau incident sur l'échantillon.

<sup>1.</sup> https://vadiodes.com/VDI/pdf/VDI%20Feedhorn%20Summary%202006\_05.pdf

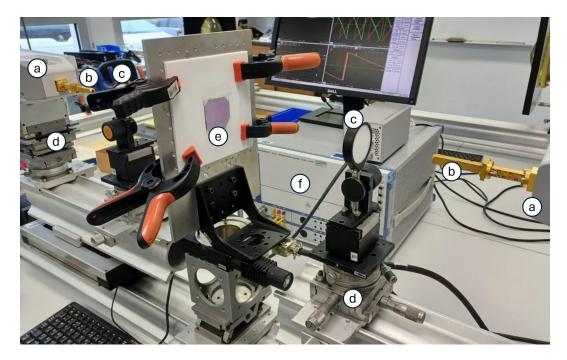


FIGURE 3.4 – Dispositif expérimental de caractérisation de matériaux en bande J, comprenant 2 convertisseurs millimétriques (a), 2 cornets diagonaux (b) chacun couplé à une lentille en PTFE (c). Entre les deux lentilles est placé l'échantillon (e). Chaque élément est monté sur une platine 3 axes (d) afin de les aligner de manière optimale. Les mesures sont réalisées avec un analyseur de réseau vectoriel (f).



FIGURE 3.5 – Dispositif expérimental de caractérisation de matériau en bande J, utilisant un bras robotisé pour placer et orienter l'échantillon entre les deux lentilles.

### 3.2.2 Configuration de la modélisation et hypothèses

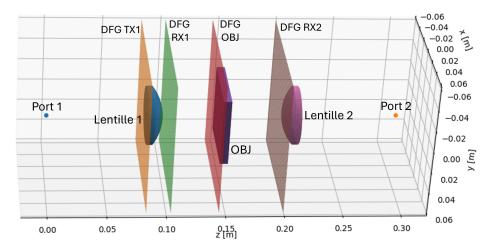


FIGURE 3.6 – Configuration de la modélisation du banc de caractérisation en bande J.

Les composants quasi-optiques du banc de caractérisation présenté sont modélisés grâce à des modèles 3D générés par les outils de conception assistés par ordinateur. Afin de les exploiter, le logiciel libre Gmsh [68] de génération de maillages en 3D avec un support pour la pré et post-processing est utilisé. Il permet de discrétiser des surfaces et de créer des structures géométriques propices au lancer de faisceaux. La figure 3.6 présente la configuration du banc modélisé. Le sigle DFG représente la méthode de décomposition du champ électromagnétique en plusieurs faisceaux gaussiens, explicitée en Section 2.2, et SFG représente la méthode pour suivre la propagation de ces faisceaux gaussiens à travers le système optique. Cela implique de calculer comment chaque faisceau se propage, interfère et évolue dans le système, comme décrit en Section 1.3. Nous avions noté que la précision du suivi des faisceaux diminue avec l'augmentation de la distance parcourue par les faisceaux élémentaires. Si la distance entre deux éléments quasi-optiques est assez grande pour éviter un couplage significatif (hypothèse 1), il devient pertinent de recombiner et re-décomposer le champ électromagnétique juste avant le nouvel élément à prendre en compte. Les effets de multi-trajet entre les deux éléments sont négligés, et seul le signal réfléchi par l'échantillon vers la lentille est traité dans un nouveau lancer de faisceaux. Plusieurs surfaces de décomposition sont alors mises en place.

Les ports 1 et 2 correspondent à l'ouverture des cornets diagonaux, où une analyse modale est effectuée afin de décomposer le champ total en modes de propagation

guidés et de calculer la proportion de chaque mode transmis dans le guide situé à l'autre extrémité des cornets via une méthode des raccordements de modes, telle que présentée en Section 2.4).

Ainsi, plusieurs hypothèses ont été formulées lors de la définition du processus de modélisation du banc (Figure 3.7) :

- 1. La distance entre éléments est suffisamment grande pour négliger le couplage entre éléments, c'est-à-dire que nous négligeons la présence d'ondes stationnaires entre les lentilles et la lame sous test. Cette hypothèse est forte et nécessitera d'être réévaluée lors de la comparaison avec les mesures.
- 2. La réflexion du faisceau incident sur la lentille 2 ne contribue pas au coefficient de réflexion  $S_{11}$ .
- 3. La réflexion du faisceau rétrograde sur la lentille 1 ne contribue pas au coefficient de transmission  $S_{21}$ .
- 4. Les lentilles sont sans pertes (coefficient d'extinction nul). Ces pertes étant présentes tant dans le calibrage que dans la mesure, leur impact n'est pas significatif.
- 5. La longueur du cornet est négligée, impliquant que toute la puissance reçue par l'ouverture est transférée dans le guide rectangulaire auquel le cornet est connecté (i.e. le matériau du cornet est un conducteur parfait et la transition entre la section diagonale et le guide rectangulaire est supposée sans perte).
- 6. Les deux lentilles sont parfaitement identiques en termes de forme et de permittivité relative.

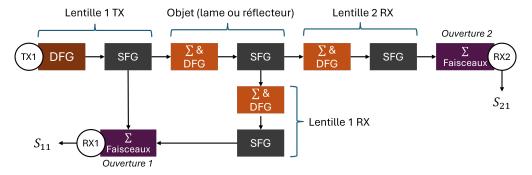


FIGURE 3.7 – Configuration de la modélisation du banc de caractérisation dans la bande J.

# 3.2.3 Simulation de la GOLA seule et comparaison avec des mesures expérimentales

L'objectif de cette partie est de valider la pertinence des résultats de simulation par rapport aux mesures expérimentales d'un cornet focalisant. Cette validation est essentielle pour s'assurer que les simulations numériques représentent fidèlement le comportement réel du système, trop complexe pour être simulé avec une solution exacte dite full-wave.

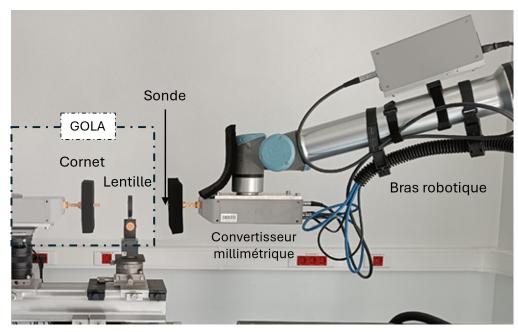
Pour établir cette comparaison, l'outil de simulation développé est utilisé pour modéliser le comportement du cornet focalisant. La simulation est ensuite confrontée à des mesures expérimentales. La position et orientation de la lentille ainsi que celle de la sonde sont identiques sur la mesure comme la simulation.

### Dispositif expérimental

Pour réaliser des mesures précises et automatisées du champ électromagnétique, nous utilisons un bras robotisé UR10e fabriqué par Universal Robots. Le bras robotisé permet de positionner la sonde de champ proche avec une haute précision et de répéter les mesures de manière cohérente. Le Bras Robotisé UR10e a une portée maximale de 1300 mm, permettant d'accéder à une large zone de mesure. Il peut manipuler des charges jusqu'à 12.5 kg, ce qui est suffisant pour la plupart des sondes de champ proche. Le bras robotisé offre une répétabilité de  $\pm 0.05$  mm. Il est crucial de connaître cette valeur pour des mesures de champ à des longueurs d'ondes millimétriques, où des écarts minimes peuvent fortement affecter les résultats, notamment la phase. Par exemple, une erreur de positionnement de  $\pm 0.05$  mm se traduit par une erreur de phase de  $\pm 18^{\circ}$  à 300 GHz. Avant de monter le cornet et la sonde de mesure, un étalonnage TRL est réalisé entre les guides d'ondes (sans les cornets). Cette procédure est similaire à celle décrite en Section 3.1.3, mais entre deux guides d'ondes au lieu de l'espace libre.

La sonde de champ proche correspond à un guide d'onde rectangulaire ouvert. Elle est montée sur l'effecteur du bras robotisé. Ce montage doit garantir que la sonde reste stable et alignée correctement tout au long des mesures.

Un jumeau numérique du bras robotisé UR10e est utilisé pour simuler et plani-



(a) Montage expérimental.

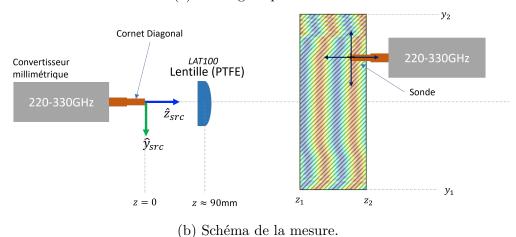


FIGURE 3.8 – Banc de mesure robotisé du paramètre de transmission complexe du faisceau produit par la GOLA à 300 GHz. Pour éviter les réflexions parasites, le cornet diagonal et la sonde de champ proche en guide ouvert sont

fier les mouvements du bras avant de les exécuter physiquement. Il est déployé sur RoboDK, un logiciel de simulation et de programmation pour robots industriels. Le jumeau numérique est ainsi employé pour s'assurer que le robot couvre toutes les positions de mesure sans collisions ni erreurs. Il permet d'automatiser les mesures en programmant les trajectoires du bras robotisé pour scanner les zones d'intérêt

entourés d'absorbant.

avec la sonde de champ proche via des scripts Python. Il est nécessaire de définir les différents repères de référence dans RoboDK et d'étalonner la positon du bras pour assurer l'alignement et la précision. Ceci peut être réalisé en déplaçant de manière répété le bras, équipé d'une pointe fine, vers et au loin d'une cible pour s'assurer de la répétabilité.

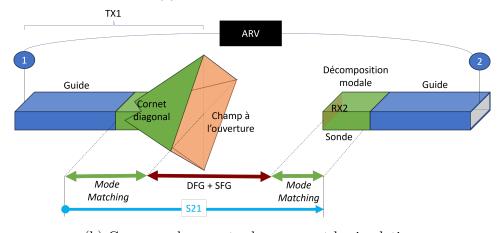
Les avantages de cette approche découlent de la haute précision du bras UR10e et le contrôle fin via Python, réduisant ainsi les erreurs humaines et augmentant la répétabilité. Ceci permet de considérer les mesures comme référence pour valider le simulateur.

#### Simulation d'un cornet focalisant

Pour se concentrer sur la modélisation de la GOLA, une configuration simplifiée est utilisée et présentée en Figure 3.9. Il est possible d'identifier les composants utilisés pour la mesure ainsi que la simulation associée à chaque segment du montage.



(a) Synopsis de la simulation.



(b) Correspondence entre la mesure et la simulation.

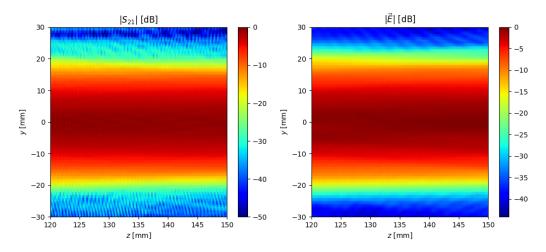
FIGURE 3.9 – Configuration de la modélisation d'une GOLA en bande J.

La validation de la simulation se fait en comparant les résultats simulés avec des mesures réelles. Cette comparaison est réalisée via une topographie du champ, qui est obtenue en mesurant le paramètre de transmission  $S_{21}$ . La simulation du champ électromagnétique reçu par l'ouverture de la sonde est déterminée en additionnant les contributions de tous les faisceaux gaussiens. Une analyse modale est ensuite effectuée pour obtenir le coefficient de transmission. La sonde n'étant constituée que d'un guide rectangulaire ouvert, nous considérerons ici que l'intégralité de la puissance transportée par les deux premiers modes de propagation guidée présents à l'ouverture de la sonde est transmise dans le guide, et nous ignorerons le décalage de phase induit (qui est, dans un système réel, corrigé par l'étalonnage).

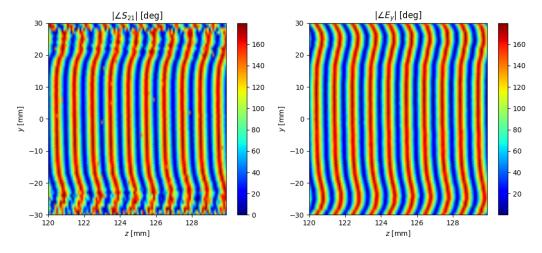
La carte des champs simulée utilise les mêmes échantillons de points que l'expérimentation. La phase du paramètre de transmission simulé  $S_{21}$  est comparé à celle mesurée dans la figure 3.10b. La comparaison du module de  $S_{21}$  est présentée dans la figure 3.10a. On y observe une forte correspondance, bien qu'elle ne soit effective que pour les amplitudes normalisées en intensité. En effet, les amplitudes absolues diffèrent, avec une amplitude maximale de -30 dB pour la mesure contre -40 dB pour la simulation. Cette différence s'explique en partie par l'absence d'étalonnage en espace libre pour cette mesure, l'étalonnage ayant été effectué uniquement entre guides d'ondes, en sortie des convertisseurs millimétriques. De plus, il est possible qu'il y ait plus de diffraction en sortie de cornet que la formule de rayonnement ne le prédit. Cette différence nécessiterait plus d'investigation. Cependant, l'étalonnage du système agissant comme une normalisation, cet effet n'est pas problématique pour nos applications. En ce qui concerne la phase, la simulation présente le même motif que celui mesuré, ce qui atteste de la capacité du simulateur à reproduire avec précision le comportement de l'ensemble cornet diagonal - lentille LAT100.

### 3.2.4 Simulation de l'étalonnage sans défaut

Afin de modéliser l'étalonnage TRL, il est nécessaire de simuler chaque étape qui le compose, chacune ayant une configuration particulière définie dans la section 3.1.3. Un fichier S2P est généré pour chaque étape, en vue d'être utilisé pour extraire les paramètres S de l'objet sous test qui sera placé entre les deux GOLA. Le système étant passif, seule la direction Port  $1 \rightarrow \text{Port } 2$  est ici nécessaire. Il faudra cependant appliquer une correction au paramètre  $S_{22}$  pour tenir compte de l'épaisseur de la lame. De plus, les lentilles n'étant pas déplacées par rapport à leur cornet respectif, la réflexion multiple du faisceau incident dans ces lentilles sera identique, que ce soit pour l'étalonnage ou la mesure. Ces réflexions devraient donc être parfaitement



(a) Comparaison du module normalisée du paramètre de transmission mesuré et simulé.



(b) Comparaison de la phase mesurée et simulée.

FIGURE 3.10 – Comparaison de l'amplitude normalisée (a) et de la phase (b) du paramètre de transmission entre mesure et simulation d'un cornet focalisant à 300 GHz, réalisés sur un plan yOz.

corrigées lors de l'application du calibrage. Notons que ceci n'est plus vrai si un décalage ou une inclinaison de la lentille existe entre les étapes de calibrage et la mesure.

Pour chaque simulation, un balayage de fréquence sur la bande 220-330 GHz est effectué. Les modules des paramètres S obtenus lors de l'étalonnage, visibles en Figure 3.11, montrent bien l'effet de la lentille qui agit comme un résonateur diélectrique en raison des multiples réflexions dans celle-ci.

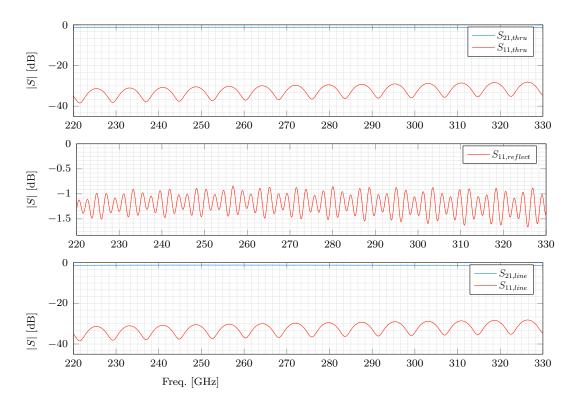


FIGURE 3.11 – Module des coefficients de transmission et de réflexion pour la direction Port  $1 \rightarrow$  Port 2, pour les trois étapes du calibrage *Thru-Reflect-Line*. On y aperçoit l'effet de la lentille qui agit comme un résonateur diélectrique.

Ces données sont stockées dans des fichiers S2P en vue d'être utilisées pour extraire les paramètres S de l'échantillon qui sera placé entre les deux GOLA.

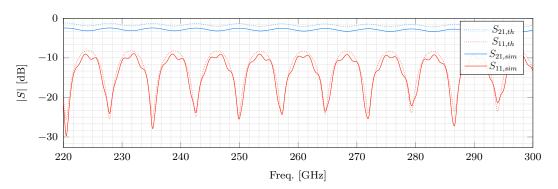
### 3.2.5 Simulation avec une lame diélectrique de rexolite

Le système représenté en Figure 3.6 est un dispositif passif. Par conséquent, de manière similaire à l'étalonnage, seule la direction de transmission du Port 1 vers le Port 2 est simulée, en supposant que  $S_{21,s} = S_{12,s}$ . Toutefois, étant donné que la distance entre la lentille et l'objet diffère de chaque côté, il est nécessaire d'appliquer une correction pour obtenir le paramètre de réflexion au port 2,

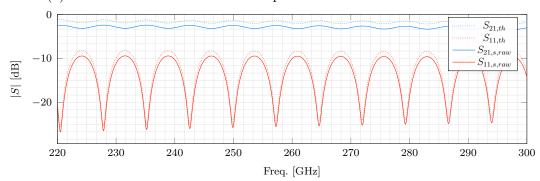
$$S_{22,s} = S_{11,s} \cdot \exp\{2jk_0h\}. \tag{3.8}$$

Une simulation en fréquence du système a été réalisée sur la bande 220-330

GHz. Les paramètres S bruts obtenus sont montrés dans la Figure 3.12a, avant application de l'étalonnage. On observe des ondulations sur le coefficient de réflexion. Cela suggère un effet induit par les multiples réflexions dans la lentille de la GOLA (lentille de collimation). Afin de confirmer cette hypothèse, une simulation sans réflexions multiples dans cette lentille a également été réalisée, et les résultats sont présentés dans la Figure 3.12b. L'absence d'ondulations confirme que l'effet observé résulte des réflexions multiples dans les lentilles. Cette hypothèse est également confirmée par une analyse temporelle du signal réfléchi  $|s_{11}|$ , réalisée à l'aide d'une transformée de Fourier inverse et présentée en Figure 3.13. La Figure 3.13a montre le cas où les multi-trajets à l'intérieur de la lentille de collimation sont pris en compte. On y observe deux pics supplémentaires, absents dans la Figure 3.13b, qui correspond au cas sans multi-réflexions. Ces pics correspondent aux temps de trajet associés aux positions des deux interfaces de la lentille de la GOLA.



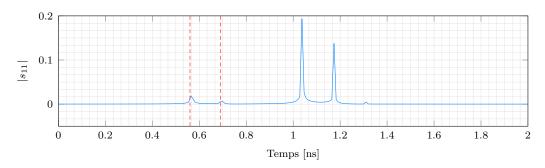
(a) Simulation avec réflexions multiples dans la lentille de collimation.



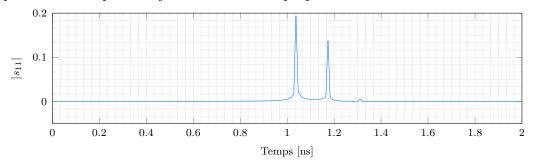
(b) Simulation sans réflexions multiples dans la lentille de collimation.

FIGURE 3.12 – Paramètres S bruts simulés du banc et paramètres S analytiques d'une lame de rexolite dans la bande 220-330 GHz de 12.6 mm ( $\epsilon_r=2.5329-0.00667j$ ). Les courbes sont comparées au modèle analytique.

L'étalonnage TRL est appliqué sur les paramètres S simulés. On remarque dans



(a) Simulation avec réflexions multiples dans la lentille de collimation. En rouge la position en temps de trajets des interfaces optiques de la lentille de collimation.



(b) Simulation sans réflexions multiples dans la lentille de collimation.

FIGURE 3.13 – Analyse temporelle du signal réfléchi  $|s_{11}|$  avec (a) et sans (b) prise en compte des multi-trajets dans la lentille de collimation.

les figures 3.14a et 3.14b une bonne concordance entre les mesures réalisées par Bours 3.14c et al. [69] et la simulation. Les figures 3.14c et 3.14d affichent les paramètres S extraits, comparés aux paramètres S calculés avec le modèle analytique. Dans le cas d'un système proche du cas idéal, placer la plaque au niveau de la ceinture du faisceau est quasi-équivalent à utiliser une onde plane. Le modèle analytique utilisé pour extraire la permittivité de la lame diélectrique, qui suppose une illumination en onde plane, est donc valide dans ce cas de figure. On peut constater qu'il n'y a pas d'ondulation sur la courbe du coefficient de réflexion. L'étalonnage TRL corrige donc efficacement cet effet dans le cas où aucun désalignement n'est présent dans le système.

Le simulateur développé offre également la possibilité de générer des cartes des champs électromagnétiques au sein du système à différentes étapes du processus. Par exemple, il permet de visualiser les champs résultant de l'interaction des faisceaux avec une des lentilles, puis la lame diélectrique et enfin la deuxième lentille. Cette fonctionnalité permet ainsi d'obtenir un aperçu détaillé des modifications induites

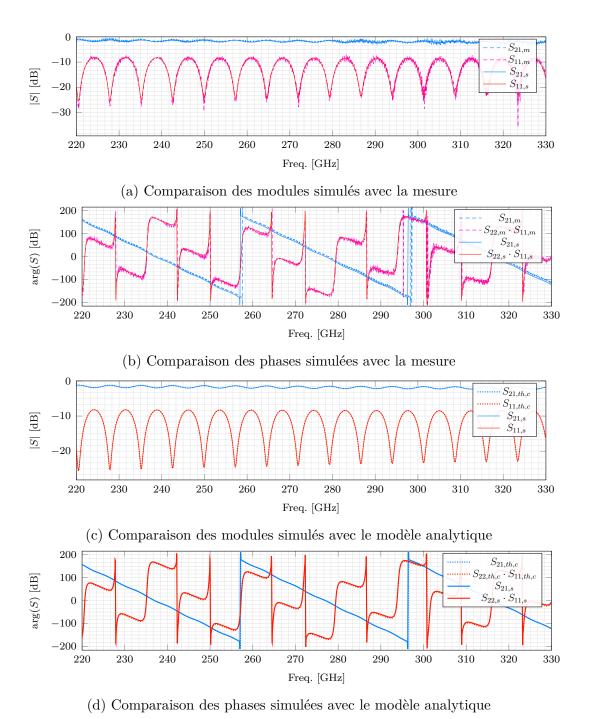
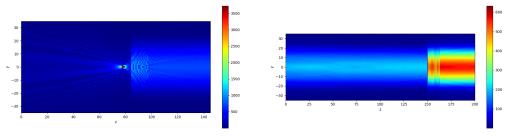
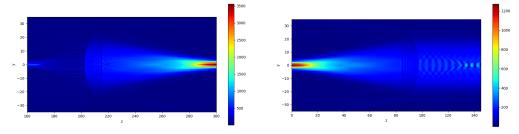


FIGURE 3.14 – Paramètres de réflexion et de transmission simulés d'une lame diélectrique de 12.825mm d'épaisseur, comparés aux mesures (a et b) présentées dans [65] et au modèle analytique (c et d). L'échantillon possède une permittivité de  $\epsilon_r = 2.5329 - 0.00667j$ .



(a) Passage du faisceau émis par le cornet (b) Passage du faisceau en sortie de lendans la première lentille. tille dans la lame diélectrique.



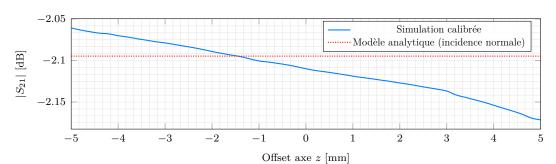
(c) Passage du faisceau en sortie de la (d) Passage du faisceau réfléchi par la lame dans la deuxième lentille ( $\rightarrow S_{21}$ ). lame dans la première lentille ( $\rightarrow S_{11}$ ).

FIGURE 3.15 – Modélisation de la propagation d'un faisceau issu d'un cornet diagonal au travers du banc de caractérisation, à la fréquence de  $270\,\mathrm{GHz}$ . Pour chaque étape, seul les champ électriques réfléchi et réfracté par l'élément quasi-optique considéré sont affichés. Le champ électrique est affiché en V m<sup>-1</sup>.

par chaque élément optique tout au long du parcours du faisceau. La figure 3.15 illustre l'amplitude du champ électrique réfléchi et réfracté par chacun des éléments quasi-optiques du système calculé lors de la simulation du banc complet.

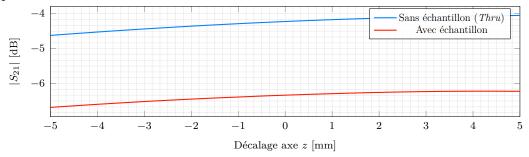
# 3.2.6 Défauts sur la position des lentilles sans défaut sur l'échantillon

Lors de la configuration du banc de mesure, il est possible que la lentille ne soit pas correctement positionnée par rapport à l'axe optique, ce qui peut avoir des répercussions sur la précision des mesures. Deux scénarios sont explorés pour analyser ces effets. Le premier cas étudie l'impact d'un désalignement le long de l'axe optique, où la lentille n'est plus placée de manière à ce que le centre de phase du cornet coïncide avec le plan focal de la lentille. Le second cas portera sur l'influence d'un léger décalage le long d'un des axes transverses, perturbant ainsi l'alignement



entre le cornet et la lentille et affectant l'illumination de l'échantillon.

(a) Module de  $S_{21}$  après calibration (bleu). La courbe rouge pointillée correspond à la valeur du module donnée par le modèle analytique si aucun décalage n'était présent.

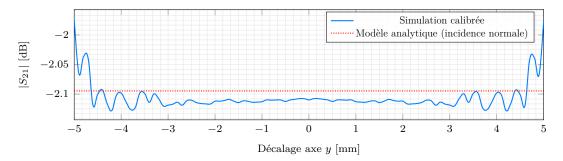


(b) Données brutes. La courbe bleue représente la simulation du Thru, soit sans échantillon. La courbe rouge illustre la simulation avec un échantillon avant calibrage.

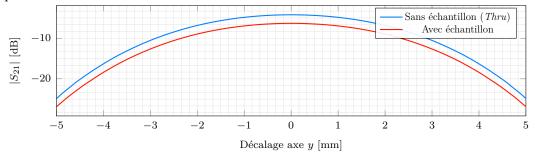
FIGURE 3.16 – Paramètre de transmission simulé d'une lame diélectrique de  $12.825\,\mathrm{mm}$  d'épaisseur, comparé au modèle analytique, avec  $\epsilon_r=2.5329-0.00667j$ , en fonction du décalage appliqué sur la lentille 1 le long de l'axe longitudinal.

On observe sur la figure 3.16a que l'amplitude du coefficient de transmission après étalonnage décroît proportionnellement avec la position sur l'axe longitudinal. Cette faible évolution indique que l'étalonnage illustré en Figure 3.16b corrige en partie l'effet d'un décalage suivant l'axe longitudinal. De plus, le centre de phase du cornet n'est pas connu avec précision ni même situé au niveau de l'ouverture. Ceci indique que positionner la lentille à la distance focale de l'ouverture du cornet n'est pas nécessairement optimal.

La figure 3.17 met en évidence qu'un décalage de l'échantillon le long d'un axe transversal est en grande partie compensé par l'étalonnage sur une plage d'environ dix millimètres. Les courbes associées aux mesures non étalonnées et à l'étape *Thru* 



(a) Module de  $S_{21}$  après calibration (bleu). La courbe rouge pointillée correspond à la valeur du module donnée par le modèle analytique si aucun décalage n'était présent.



(b) Données brutes. La courbe bleue représente la simulation du *Thru*, soit sans échantillon. La courbe rouge illustre la simulation avec un échantillon avant calibrage. L'évolution des deux courbes sont similaires.

FIGURE 3.17 – Paramètre de transmission simulé d'une lame diélectrique de  $12.825\,\mathrm{mm}$  d'épaisseur, comparé au modèle analytique, avec  $\epsilon_r=2.5329$  – 0.00667j, en fonction du décalage appliqué sur la lentille 1 le long de l'axe transversal y.

indiquent une diminution de la puissance reçue par le second cornet avec l'augmentation du décalage le long de l'axe y. Toutefois, ces pertes se manifestent de manière similaire sans échantillon (étalonnage Thru) et avec le MUT. L'étalonnage semble donc compenser l'effet du décalage transversal, permettant de maintenir un niveau similaire dans l'extraction des paramètres S, malgré le désalignement. Cela suggère que l'étalonnage joue un rôle crucial dans la correction des erreurs introduites par des défauts d'alignement transversaux modérés.

Pour s'assurer que la correction est suffisante, l'algorithme d'extraction de permittivité à partir des paramètres S a été testé sur des données simulées. La figure 3.18 montre que la permittivité extraite,  $\epsilon_{r,est} = 2.5349 - 0.00663j$ , est très proche de la valeur utilisée dans le simulateur,  $\epsilon_{r,in} = 2.5329 - 0.00667j$ . Cela correspond



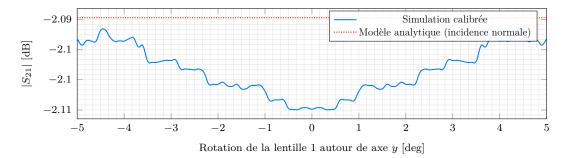
FIGURE 3.18 – Résultat de l'exécution de l'algorithme d'extraction de la permittivité à partir des données simulées comportant un défaut de positionnement sur la position des lentilles.

à une erreur relative de -0.079% pour la partie réelle et de -0.6% pour la partie imaginaire.

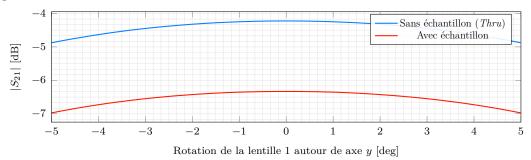
## 3.2.7 Défauts sur l'orientation des lentilles sans défaut sur l'échantillon

Pour analyser l'influence de l'inclinaison des lentilles sur l'extraction des paramètres S, l'échantillon est maintenu fixe, sans rotation ni décalage par rapport au plan de référence. La rotation des lentilles est effectuée autour des axes transversaux. En effet, dans le cas d'une lentille présentant une symétrie de rotation autour de l'axe z et de dimensions suffisantes, une rotation autour de l'axe longitudinal n'influence pas de manière significative les propriétés optiques du système. Cependant, toute inclinaison autour des axes transversaux modifie l'alignement optique et, par conséquent, nécessite un étalonnage spécifique pour chaque nouvelle configuration angulaire.

L'étude, effectuée à la fréquence de 275 GHz (milieu de bande), analyse l'impact de l'inclinaison des lentilles sur les coefficients de réflexion et de transmission bruts, comme présenté dans la figure 3.19b. Les résultats montrent que la transmission est optimale lorsque les lentilles sont parfaitement alignées, mais diminue légèrement avec l'inclinaison, qu'un échantillon soit présent ou non. Toutefois, une fois l'étalonnage appliqué, la transmission varie très peu avec l'inclinaison (Figure 3.19a).



(a) Module de  $S_{21}$  après calibration (bleu). La courbe rouge pointillée correspond à la valeur du module donnée par le modèle analytique si aucun décalage n'était présent.



(b) Données brutes. La courbe bleue représente la simulation du *Thru*, soit sans échantillon. La courbe rouge illustre la simulation avec un échantillon avant calibrage.

FIGURE 3.19 – Paramètre de transmission simulé d'une lame diélectrique de  $12.825\,\mathrm{mm}$  d'épaisseur, comparé au modèle analytique, avec  $\epsilon_r=2.5329$  – 0.00667j, en fonction de l'inclinaison appliquée sur la lentille 1 autour de l'axe y.

Cela s'explique par le fait que l'étalon *Thru* subit également l'effet de l'inclinaison de manière similaire à celle observée lorsqu'un échantillon est en place, permettant ainsi à l'étalonnage de compenser efficacement cet effet.

Pour s'assurer que la correction est suffisante, l'algorithme d'extraction de permittivité à partir des paramètres S a été testé sur des données simulées. La figure 3.20 montre que la permittivité extraite à des données simulées,  $\epsilon_{r,est} = 2.5349 - 0.00664j$ , est encore très proche de la valeur utilisée dans le simulateur,  $\epsilon_{r,in} = 2.5329 - 0.00667j$ . Cela correspond à une erreur relative de -0.079% pour la partie réelle et de 0.45% pour la partie imaginaire.

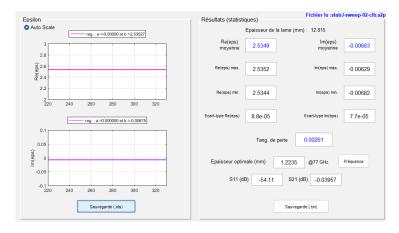


FIGURE 3.20 – Résultat de l'exécution de l'algorithme d'extraction de la permittivité à partir des données simulées comportant un défaut d'orientation des lentilles.

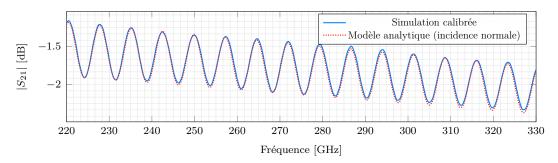
	Décalages [mm]			Inclinaisons [°]	
	X	у	Z	X	У
Lentille 1	-3	2	2	1	2
Lentille 2	1	-2	3	-1.2	1.5
MUT	0.096	-0.5	1.2	-0.2	0.9

Table 3.1 – Décalages et inclinaisons appliqués sur les éléments quasi-optiques du banc de caractérisation.

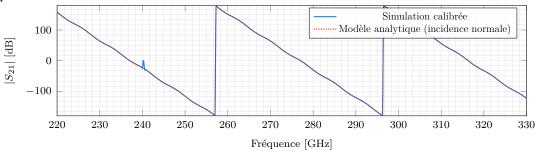
# 3.2.8 Simulation d'un montage expérimental réaliste avec des défauts mineurs

Dans cette section, nous étudions l'impact de défauts mineurs dans un montage expérimental quasi-optique sur la précision des mesures des paramètres S. Les erreurs de positionnement, telles que de petites inclinaisons ou des décalages transversaux, sont fréquentes dans les configurations expérimentales réelles. Bien que ces défauts soient souvent négligeables, ils peuvent introduire des perturbations dans les mesures, notamment lorsque les fréquences utilisées sont très élevées, comme dans la bande J.

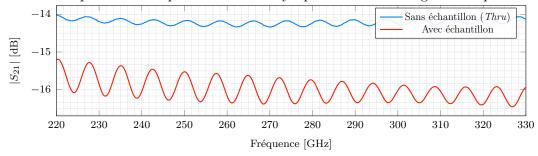
Pour cela, nous modélisons les effets d'un désalignement combiné comprenant les défauts répertoriés dans le tableau 3.1. Il s'agit d'une combinaison d'inclinaisons et de décalages fréquents dans les montages expérimentaux, même lorsque des précautions sont prises pour un alignement précis.



(a) Module de  $S_{21}$  après calibration (bleu). La courbe rouge pointillée correspond à la valeur du module donnée par le modèle analytique si aucun décalage n'était présent.



(b) Phase de  $S_{21}$  après calibration (bleu). La courbe rouge pointillée correspond à la valeur de la phase donnée par le modèle analytique si aucun décalage n'était présent.



(c) Données brutes. La courbe bleue représente la simulation du Thru, soit sans échantillon. La courbe rouge illustre la simulation avec un échantillon avant calibrage.

FIGURE 3.21 – Paramètre de transmission simulé d'une lame diélectrique de  $12.825\,\mathrm{mm}$  d'épaisseur, comparé au modèle analytique, avec  $\epsilon_r=2.5329$  – 0.00667j, sur la plage de fréquences  $220\text{-}330\mathrm{GHz}$ . Une combinaison de défauts est appliquée sur les éléments quasi-optiques afin de reproduire un banc de mesure réaliste.

La figure 3.21 montre que l'extraction du paramètre  $S_{21}$  calibré reste très proche des valeurs théoriques, tant en amplitude qu'en phase, même en présence de légers défauts d'alignement. Cette simulation, qui reproduit un montage expérimental réa-

liste, met en évidence la robustesse du dispositif lorsqu'il est associé à un étalonnage de type TRL. Les petites inclinaisons et décalages simulés n'entraînent qu'un impact minimal sur les paramètres S, ce qui valide l'efficacité de l'étalonnage pour compenser ces imperfections dans la configuration expérimentale.

La permittivité extraite de cette simulation est de  $\epsilon_{r,est} = 2.5345 - 0.00649j$ , soit une erreur relative de 0.0632% pour la partie réelle et de -2.699% pour la partie imaginaire. L'estimation des pertes est celle la plus affectée par la présence des défauts.

# 3.3 Modélisation du banc de caractérisation en bande W (75-110 GHz)

#### 3.3.1 Présentation du banc

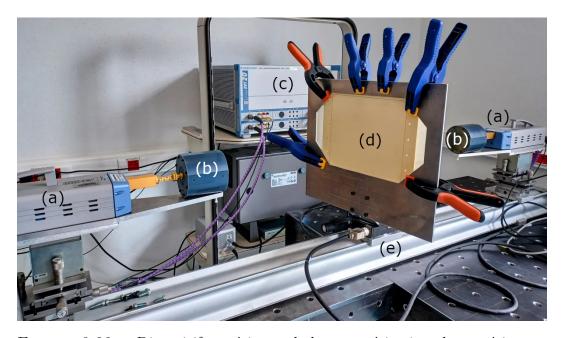


FIGURE 3.22 — Dispositif expérimental de caractérisation de matériau en bande W, comprenant deux convertisseurs millimétriques (a), deux GOLA (b), un analyseur de réseau vectoriel (c) et un matériau sous test (d) monté sur une platine rotative contrôlée par ordinateur (e). Les convertisseurs millimétriques et les GOLA sont montés sur des platines 3 axes pour pouvoir aligner les deux sources de manière optimale.

En bande W (75-110 GHz), le banc de caractérisation présenté en figure 3.22 utilise un antenne focalisante composée d'un cornet circulaire rainuré couplé à une lentille plano-convexe. Contrairement à l'architecture du banc de mesure en bande J, où les composants sont montés séparément, les éléments constitutifs de la GOLA (antenne à gain élevé) en bande W sont intégrés dans un boîtier cylindrique scellé et commercialisé déjà assemblé. Cette configuration garantit un alignement précis et stable ainsi qu'un positionnement optimal entre le cornet et la lentille, minimisant ainsi les risques d'erreurs liés à des désalignements potentiels lors du montage manuel.

Les mesures sont réalisées à l'aide du même analyseur vectoriel de réseau utilisé pour les expériences en bande J, bien que les paramètres de réglage du système soient ajustés pour s'adapter aux caractéristiques spécifiques des têtes de mesure employées dans cette configuration à plus basse fréquence. Avant toute mesure, le banc est systématiquement calibré en espace libre.

### 3.3.2 Simulation du banc avec étalonnage

La modélisation précise de l'antenne focalisante en bande W n'a pas pu être réalisée, contrairement à celle de la bande J. En effet, aucun modèle CAO ni descriptif détaillé des caractéristiques géométriques de la lentille, comme le rayon de courbure ou la distance cornet-lentille, n'étaient disponibles. Les propriétés diélectriques du matériau de la lentille sont également non fournies. Ces informations étant essentielles pour une simulation fidèle, une modélisation approximative a donc été proposée, reposant sur des paramètres géométriques similaires à ceux supposés pour la GOLA utilisée en bande W.

La méthode d'étalonnage TRL permet théoriquement de compenser les incertitudes introduites par cette modélisation approximative. Ce type d'étalonnage permet de soustraire les effets induits par le système de mesure, incluant ceux de l'antenne focalisante elle-même, et devrait en théorie corriger les écarts induits par les imprécisions géométriques. Ainsi, malgré l'absence d'un modèle détaillé et exact de la GOLA, il est attendu que l'étalonnage TRL minimise les disparités entre la simulation et les résultats expérimentaux.

L'estimation de la distance focale de la lentille collectrice est de  $f_l = 75 \,\mathrm{mm}$ , pour

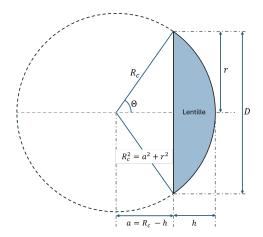


FIGURE 3.23 – Détermination des paramètres de la lentille de la GOLA utilisée sur le banc de caractérisation en bande W.

un diamètre indiqué de 76.2 mm et une épaisseur maximale de 11.938 mm. Le profil apparent de la lentille est plano-sphérique. Il est ainsi possible d'estimer son rayon de courbure  $R_c$  (Figure 3.23),

$$R_c = h + a = 66.76$$
mm, (3.9a)

$$a = \frac{r^2 - h^2}{2h},\tag{3.9b}$$

et ainsi l'indice de réfraction de la lentille,

$$n = \frac{R_c}{f_l} + 1 = 1.8902. (3.10)$$

La modélisation en bande W suit le même principe que celui décrit en Figure 3.7, à l'exception que le modèle de lentille LAT100 est remplacé par celui décrit précédemment, et que les distances entre l'ouverture du cornet et la lentille sont ajustées en conséquence. Afin d'éviter des erreurs de modélisation liées à une estimation incorrecte de la forme géométrique de la lentille, les réflexions multiples à l'intérieur de celle-ci ont été désactivées dans la simulation.

La Figure 3.24 présente une comparaison entre la simulation du banc de mesure dans la plage de fréquence 75-110 GHz et une mesure réalisée dans les mêmes conditions. Une lame diélectrique est placée en incidence normale et les deux GOLA sont soigneusement alignées pour minimiser les erreurs d'alignement angulaire. L'étalonnage TRL est appliqué aussi bien pour la simulation que pour la mesure.

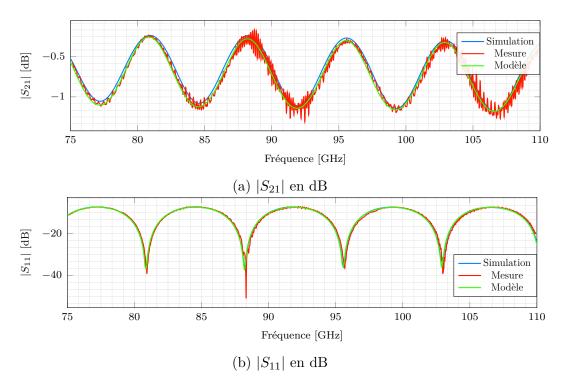


FIGURE 3.24 – Paramètres de réflexion  $S_{11}$  et de transmission  $S_{21}$  simulés d'une lame diélectrique de 12.825mm d'épaisseur placée en incidence normale, comparés aux mesures (en rouge) et aux prédictions du modèle analytique (en vert), avec  $\epsilon_r = 2.5326 - 0.00388j$ , après application de l'étalonnage TRL.

Les résultats montrent une légère différence entre les coefficients de transmission simulés et mesurés, tandis qu'une très bonne correspondance est observée pour les coefficients de réflexion. Cette légère divergence sur le coefficient de transmission reste toutefois négligeable au vu des niveaux concernés. Cette différence pourrait être attribuée à une mauvaise estimation de la position exacte du centre de phase, qui a été supposé être situé au niveau de l'ouverture du cornet, et à une erreur dans l'évaluation de la distance focale réelle de la lentille. Ces incertitudes géométriques pourraient expliquer le décalage observé entre la simulation et les mesures expérimentales. De plus, ces dernières étant bruitées, le lissage réalisé sur la courbe est également susceptible d'introduire un écart. Les résultats indiquent qu'il est possible de simuler avec précision le paramètre de réflexion en incidence normale pour la bande W comme cela a pu être réalisé en bande J.

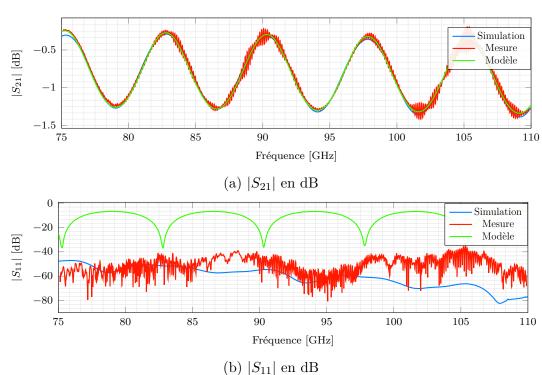
Étant donné que la modélisation de la GOLA n'a pas été réalisée avec une précision suffisante, notamment en raison de l'approximation des caractéristiques géométriques et des propriétés optiques, l'analyse portera davantage sur les profils des courbes et les tendances globales observées que sur les niveaux absolus des paramètres mesurés. En effet, les incertitudes dans la modélisation de l'antenne focalisante, telles que la forme exacte de la lentille, peuvent introduire de légers écarts dans les résultats en termes d'amplitude. Toutefois, ces incertitudes ont un impact moindre sur les variations qualitatives, comme les oscillations ou les profils des courbes, qui peuvent fournir des informations pertinentes sur les comportements électromagnétiques du système. C'est donc sur ces aspects que nous concentrerons notre analyse, afin d'extraire des tendances fiables malgré l'approximation du modèle de la GOLA.

# 3.3.3 Impact de l'inclinaison de la lame diélectrique sur la mesure et la simulation des paramètres S

La caractérisation d'un matériau est habituellement effectuée en incidence normale, ce qui permet de déterminer simultanément les coefficients de réflexion et de transmission. Cependant, plus d'informations peuvent être récupérées si des mesures en incidence obliques sont réalisées. C'est notamment le cas si le matériau étudié présente des propriétés anisotropes, comme c'est le cas des matériaux biréfringents. Dans ce dernier cas, une caractérisation en incidence normale s'avère insuffisante.

Le modèle analytique décrit par les équations 3.4-3.6, est ici utilisé pour pouvoir tenir compte de l'angle de rotation de la lame diélectrique. Cependant, il repose sur l'hypothèse d'une réception totale du faisceau réfléchi. En pratique, avec des têtes de mesure fixes, la lentille collectrice n'est que partiellement illuminée sur une certaine plage angulaire, ce qui conduit à une mesure partielle de l'énergie réfléchie par le matériau diélectrique. Au-delà de cette plage, la lentille n'est plus illuminée par le faisceau réfléchi, ce qui rend impossible la mesure du coefficient de réflexion. En outre, dans cette configuration, l'ARV est limité par sa sensibilité, ne pouvant détecter des signaux dont l'amplitude est inférieure à  $-50\,\mathrm{dB}$ . En deçà de ce seuil, le signal est noyé dans le bruit de fond, rendant toute comparaison non pertinente.

De plus, l'étalonnage du système repose sur l'hypothèse que le faisceau illumine entièrement la lentille collectrice, impliquant un système sans pertes. Dans ces conditions, toute déviation liée à une illumination partielle de la lentille affectera directement la précision des mesures du coefficient de transmission. Cela introduit des erreurs dans la détermination de ce coefficient, en particulier dans les régimes



de faibles angles d'incidence, où la lentille peut ne plus être complètement éclairée.

FIGURE 3.25 – Paramètres de réflexion  $S_{11}$  et de transmission  $S_{21}$  simulés d'une lame diélectrique de 12.825mm d'épaisseur incliné de 20° autour de l'axe y, comparés aux mesures (en rouge) et aux prédictions du modèle analytique (en vert), pour  $\epsilon_r = 2.5326 - 0.00388j$ , après application de l'étalonnage TRL.

La Figure 3.25 illustre une comparaison entre les résultats de simulation et les mesures expérimentales pour une lame diélectrique inclinée de 20° autour de l'axe y. Comme mentionné précédemment, le coefficient de réflexion ne peut plus être mesuré dans cette configuration. En effet, à cet angle d'inclinaison, la lentille ne parvient plus à capter l'énergie réfléchie. Cependant, la correspondance entre les coefficients de transmission mesurés et simulés reste bonne. L'erreur introduite sur le coefficient de transmission par l'absence de réflexion est négligeable et n'affecte pas significativement les résultats.

Intéressons nous maintenant aux cas où la lentille collectrice de la GOLA du port 1 n'est que partiellement illuminée par le faisceau réfléchi par la lame diélectrique. Dans ce cas de figure, une partie de l'énergie est concentrée vers le cornet et donc mesurée, mais ne peut théoriquement pas être en accord avec le modèle analytique, qui suppose une illumination complète. Cette configuration n'est cependant pas op-

timale pour le simulateur. En effet, la lentille sera éclairée au niveau de ses bords, et donc un phénomène de diffraction devrait théoriquement intervenir. Cependant, le simulateur néglige ces effets, étant initialement conçu pour simuler des systèmes dont l'alignement est quasi-optimal.

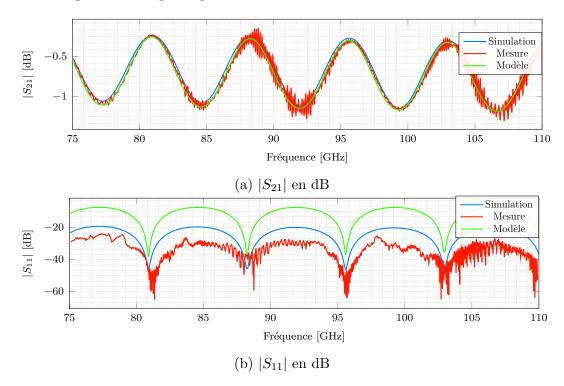


FIGURE 3.26 – Paramètres de réflexion  $S_{11}$  et de transmission  $S_{21}$  simulés d'une lame diélectrique de 12.825mm d'épaisseur incliné de 3° autour de l'axe y, comparés aux mesures (en rouge) et aux prédictions du modèle analytique (en vert), pour  $\epsilon_r = 2.5326 - 0.00388j$ , après application de l'étalonnage TRL.

La Figure 3.26 présente une comparaison entre les résultats expérimentaux, la simulation et le modèle analytique pour une lame diélectrique inclinée de 3° autour de l'axe y. Il est clairement observable que les mesures et les simulations divergent du modèle analytique, ce qui peut être attribué à l'illumination partielle de la lentille qui capte le faisceau réfléchi par la lame diélectrique. Une divergence similaire est également constatée entre les mesures et les simulations, ce qui s'explique par le fait que l'illumination de la lentille par le faisceau réfléchi n'est pas entièrement prise en compte dans le simulateur. En effet, le simulateur considère uniquement le rayon principal pour déterminer l'intersection du faisceau avec la surface de la lentille. Si ce rayon touche la surface mais que l'étendue transversale du faisceau n'illumine pas entièrement cette surface, une erreur est introduite. Dans ce cas, le simulateur

considère que le faisceau est intégralement transmis à travers le système, alors qu'en réalité, seule une fraction de l'énergie totale est effectivement transmise. Bien que les résultats de la simulation se rapprochent davantage des mesures que du modèle analytique, ils restent affectés par cette limitation. Cette imprécision constitue une limite inhérente à la solution de simulation utilisée. En revanche, le paramètre de transmission reste proche de la mesure, avec une différence minime avec celle-ci comme avec le modèle analytique.

De plus, lors de l'expérimentation, l'échantillon est monté sur une structure métallique (comme illustré sur la figure 3.22). Cependant, cette structure n'a pas été intégrée dans le modèle de simulation. Il serait pertinent d'inclure cette structure dans la modélisation afin d'évaluer son influence potentielle sur les résultats expérimentaux. En effet, la présence de métal à proximité de l'échantillon peut perturber les champs électromagnétiques environnants et modifier la propagation des ondes, notamment en introduisant des réflexions ou des diffractions supplémentaires. Une mesure avec des absorbants placés sur la monture, et une simulation prenant en compte cette structure permettrait d'examiner si la présente de la monture est négligeable ou si elle contribue de manière significative aux écarts observés entre les mesures et les simulations sans structure lorsque le MUT est en incidence oblique.

### 3.3.4 Étude de la variation du paramètre de transmission en fonction de l'angle d'inclinaison du MUT

Dans cette étude, nous proposons d'analyser le comportement des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence du faisceau. Cette approche vise à comparer les résultats expérimentaux obtenus dans la bande W avec les prédictions issues d'une simulation et d'un modèle analytique.

Pour ce faire, le MUT est monté sur une tourelle motorisée, contrôlée par ordinateur, permettant d'ajuster précisément l'angle de rotation du matériau étudié. Le banc d'essai est préalablement étalonné, et les mesures sont réalisées à l'aide d'un ARV. La Figure 3.27 montre une bonne correspondance entre les résultats expérimentaux, la simulation et le modèle théorique. Les écarts constaté entre la mesure et le modèle ou la simulation sont probablement dus à l'illumination partielle, voire absente, de la lentille collectrice de la GOLA, comme discuté précédemment. Il est également important de rappeler que le profil géométrique de la lentille utilisé dans

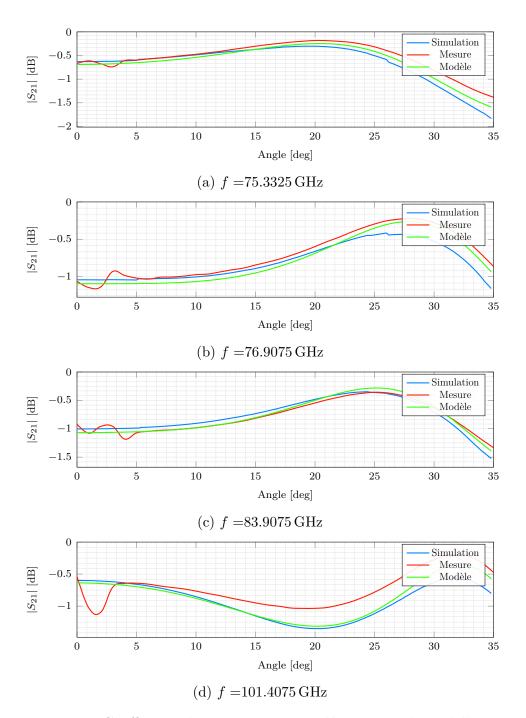


FIGURE 3.27 – Coefficients de transmission simulés pour une lame diélectrique d'épaisseur 12.825 mm, comparés aux mesures expérimentales (en rouge) et aux prédictions du modèle analytique (en vert), avec une permittivité complexe  $\epsilon_r = 2.5329 - 0.00667j$ , en fonction de l'angle de rotation de la lame autour de l'axe y.

la simulation est une approximation. Cette simplification peut introduire des écarts par rapport aux résultats expérimentaux, en particulier lorsque des détails subtils de la forme réelle de la lentille influencent la propagation et la focalisation du faisceau. Cette approximation pourrait ainsi contribuer à la différence observée entre les simulations et les mesures.

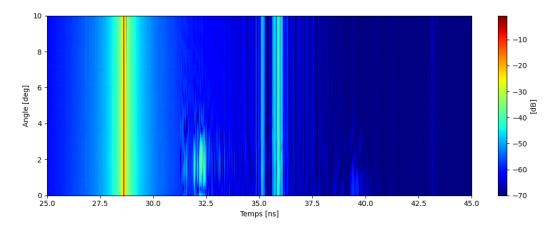


FIGURE 3.28 – Analyse temporelle en fonction de l'angle d'incidence de la lame diélectrique.

De plus, des fluctuations sont observées dans les données mesurées à faibles angles d'incidence. L'origine exacte de ces fluctuations demeure indéterminée, car elles n'apparaissent pas dans les résultats de simulation. Ces variations pourraient être attribuées à des phénomènes de réflexions ou de diffraction parasites au sein du système quasi-optique, ou encore à des effets expérimentaux non modélisés dans la simulation.

Une analyse temporelle a été réalisée sur les données mesurées, présentée en Figure 3.28. Celle-ci met en évidence deux pics principaux pour l'ensemble des angles. Toutefois, une série de pics supplémentaires vers 32.5 ns est visible dans la plage des angles où les ondulations sont présentes, suggérant une origine locale pour ces anomalies. Afin de réaliser une analyse préliminaire, le signal temporel est filtré ( $time\ gating$ ) pour isoler les deux principaux pics. Le signal filtré a ensuite été transposé dans le domaine des fréquences. La figure 3.29 illustre le paramètre de transmission  $|S_{21}|$  en fonction de l'angle pour la fréquence de 75.3325 GHz, avant et après filtrage. On observe la disparition des ondulations, confirmant qu'il s'agit d'un signal parasite détecté aux faibles angles.

Ces perturbations peuvent affecter la précision des mesures à de petits angles,

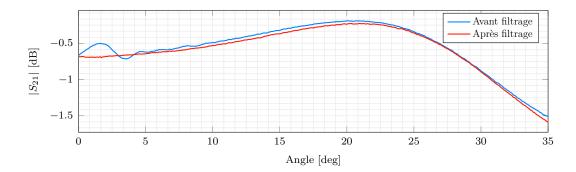


FIGURE 3.29 – Coefficient de transmission mesurée (avant filtrage temporel en bleu, après filtrage en rouge), pour un échantillon de permittivité complexe  $\epsilon_r = 2.5329 - 0.00667j$ , en fonction de l'angle de rotation de la lame autour de l'axe y à la fréquence  $f = 75.3325\,\mathrm{GHz}$ 

une analyse plus approfondie est donc nécessaire. Parmi les pistes envisagées pour mieux comprendre ce phénomène figurent l'installation d'absorbants sur les montures et la réalisation d'une simulation prenant en compte la présence d'une onde stationnaire entre l'échantillon et la seconde lentille.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le simulateur développé a été utilisé pour modéliser deux bancs de caractérisation. L'analyse s'est initialement concentrée sur la modélisation de l'antenne focalisante GOLA en bande J, avec une comparaison des résultats obtenus avec des données expérimentales. Cette étude a mis en évidence la capacité du simulateur à reproduire fidèlement le comportement de l'antenne, bien que les niveaux absolus du champ électrique ne soient pas précisément capturés. Ce manque de précision dans la simulation des sondes en champ proche à ces fréquences avait déjà été évoqué dans le chapitre 2.

Néanmoins, tant que les éléments quasi-optiques sont modélisés avec précision, le simulateur permet de prédire avec une grande finesse le comportement global du banc, comme observé dans le cas du banc de caractérisation en bande J. En l'absence de modèles 3D détaillés, il reste possible de fournir une prédiction qualitative du comportement du banc, comme cela a été démontré pour la bande W. Le simulateur offre ainsi un outil puissant pour l'analyse du fonctionnement des systèmes quasi-optiques et la détection de leurs éventuels défauts.

Cette capacité permet d'optimiser les montages expérimentaux avant leur mise en uvre, économisant ainsi temps et ressources, et faisant du simulateur un outil stratégique pour la conception des dispositifs quasi-optiques.

### MODÉLISATION D'UN COMPOSANT QUASI-OPTIQUE DÉDIÉ À L'IMAGERIE THZ.

Ce chapitre est confidentiel et a été retiré de la version publique de cette thèse.

La version complète sera diffusé à partir du 6/12/2029.

### **CONCLUSION GÉNÉRALE**

L'objectif de cette thèse était de développer un outil de simulation dédié à l'étude de dispositifs de mesure de signaux THz. Les deux cas d'usage étudiés sont la caractérisation de matériaux et l'imagerie. Pour atteindre cet objectif, un ensemble de modules de simulation a été développé, basé principalement sur l'utilisation de faisceaux gaussiens, introduits au premier chapitre. L'interaction de ces faisceaux avec une surface a été étudiée et comparée à l'approche matricielle classique en optique. La méthode proposée constitue une extension du lancer de rayons, et intègre la dispersion de l'onde par diffraction au cours de la propagation. Contrairement au lancer de rayons, la technique de lancer de faisceaux n'est pas affectée par les caustiques et prend naturellement en compte la nature ondulatoire de la lumière. Elle permet ainsi une modélisation plus précise des systèmes quasi-optiques. Nous avons montré que cette approche donne des résultats comparables à celle de l'optique matricielle dans des situations canoniques. Enfin, les limites de validité de ce modèle ont été analysées, notamment en ce qui concerne la distance maximale de propagation avant l'introduction d'erreurs significatives.

Le deuxième chapitre se concentre sur la décomposition en faisceaux gaussiens, essentielle pour appliquer les techniques de suivi, présentées dans le premier chapitre, à des configurations où le champ incident est plus complexe qu'un simple faisceau gaussien. Cette approche permet également de mieux modéliser les courbures des différents éléments du système. En effet, la propagation d'un faisceau étant calculée au point d'intersection avec les surfaces, il est plus précis de décomposer un faisceau large en plusieurs faisceaux élémentaires. Ainsi, bien que leur largeur puisse rester similaire, les multiples points d'intersection permettent une meilleure représentation de la propagation. Ce chapitre introduit également une méthode couramment utilisée en propagation guidée : la décomposition modale. Celle-ci consiste à représenter un champ comme une somme de modes propres à la structure guidant les ondes. Cela permet notamment de déterminer le champ électrique reçu à l'ouverture d'une sonde ou d'un cornet, et sert de base à la méthode de raccordement des modes, modélisant ainsi efficacement et rapidement des structures de guides d'ondes avec discontinuités. Il a ainsi été montré qu'un cornet peut être représenté par une série de sections de guide d'onde de largeur croissante.

La combinaison de ces méthodes a été employée pour modéliser des systèmes quasi-optiques complexes. Les deux cas d'usage, à savoir la caractérisation et l'imagerie, ont été étudiés séparément. Concernant la caractérisation, la modélisation de bancs en espace libre et la simulation de l'étalonnage TRL ont montré une très bonne concordance avec les mesures expérimentales. Cela valide la capacité du simulateur à représenter des systèmes de grande taille par rapport à la longueur d'onde de travail. Ce résultat ouvre la voie à la conception de systèmes quasi-optiques en un temps raisonnable, en s'appuyant sur un outil dont le code source est libre.

Dans le second cas d'usage, un dispositif développé par l'entreprise Terakalis a été modélisé en utilisant une méthode alternative au lancer de rayons. L'objectif était d'identifier l'origine d'un artefact de mesure apparaissant lors de l'utilisation du dispositif. Bien que le fonctionnement global du système ait pu être correctement simulé, l'artefact observé n'a pas été reproduit par la simulation. Plusieurs hypothèses et pistes ont alors été proposées pour expliquer ce phénomène et orienter de futures investigations.

Bien que le simulateur se soit révélé performant pour la modélisation de systèmes quasi-optiques, la méthode développée perd cependant en précision dans certaines configurations, notamment lorsque les objets sont de petite taille ou fortement couplés entre eux. Pour pallier cette limitation, une solution envisagée est de concevoir un simulateur hybride. La traversée de systèmes optiques simples ou de grandes dimensions serait alors modélisée par l'outil développé durant cette thèse, tandis que les systèmes fortement couplés ou de petites tailles seraient simulés par une méthode plus adaptée. Plusieurs possibilités existent :

— Améliorer ou compléter le système de suivi des faisceaux en adoptant une méthode alternative proposée par Chabory et al. [11], qui repose sur la décomposition du champ incident en un spectre d'ondes planes. Cette approche permet de calculer de manière analytique ou numérique la réflexion et la transmission du champ à l'interface d'entrée. Les champs réfléchis et transmis sont ensuite décomposés en faisceaux gaussiens, qui sont envoyés vers les interfaces suivantes. Ce processus est ensuite répété à chaque interface rencontrée. Cette méthode présente un avantage notable en termes de temps de calcul, mais elle impose que les interfaces du système soient clairement distinguables les unes des autres. Par exemple, l'efficacité de la méthode diminue lorsque le faisceau incident interagit simultanément avec plusieurs surfaces, car la décomposition doit alors être effectuée sur un ensemble de

- points difficilement équidistants.
- Hybrider le simulateur avec une autre méthode, éventuellement *full-wave*. Le choix de la méthode dépendra du problème à résoudre. Dans le cas du dispositif présenté dans le chapitre 4, l'objectif quasi-optique pourrait être modélisée avec la physique optique ou une méthode *full-wave* tenant compte de la symétrie de révolution du système.

Si la technique alternative ne nécessite que le champ incident pour leurs calculs, l'hybridation en est alors grandement facilitée. En effet, la méthode de recomposition de champ par sommation de faisceaux gaussiens permettrait de fournir les champs incidents requis pour l'autre méthode. Le champ généré par cette dernière serait ensuite décomposé en faisceaux gaussiens pour être propagés dans le reste du système quasi-optique. Cette approche représente une piste prometteuse pour améliorer la précision des simulations et étendre leur application à des cas d'usage plus complexes.

### **ANNEXES**

### OUTIL DE SIMULATION DE SYSTÈME QUASI-OPTIQUE

#### A.1 Présentation du simulateur

Les simulations présentées dans ce manuscrit ont été réalisées avec un simulateur de système quasi-optique développé à partir des méthodes présentées dans les chapitres 1 et 2.

Il intègre deux implémentations distinctes :

- Une librairie dynamique écrite en C++, dédiée aux fonctions nécessitant des calculs optimisés, s'appuie sur des bibliothèques tierces pour la gestion des calculs matriciels et le parallélisme. Elle regroupe l'ensemble des classes et méthodes essentielles à la simulation. Ces fonctions ont initialement été développées en Python pour le prototypage, pour ensuite être compilées dans une bibliothèque dynamique et accessibles via un package Python.
- Une série de classes et de méthodes écrites en Python assure la manipulation du simulateur. Ce module inclut également des utilitaires pour définir les éléments quasi-optiques, offrant une flexibilité importante dans la configuration des simulations. Une interface Python permet par ailleurs une interaction simplifiée avec le simulateur.

Le simulateur a été initialement conçu pour être utilisé via Python, mais il est également possible de développer un programme en C++ exploitant directement la bibliothèque dynamique.

Une interface graphique simplifiée, présentée en Figure A.1, a été développée en Python pour simplifier la réalisation de petites simulations. Basée sur un système de nœuds, où chaque nœud correspond à une fonction de base de l'outil de simulation, cette interface permet également d'effectuer des balayages sur un tableau de valeurs pour générer des courbes. Cependant, toutes les fonctionnalités du simulateur ne sont pas encore disponibles à travers cette interface.

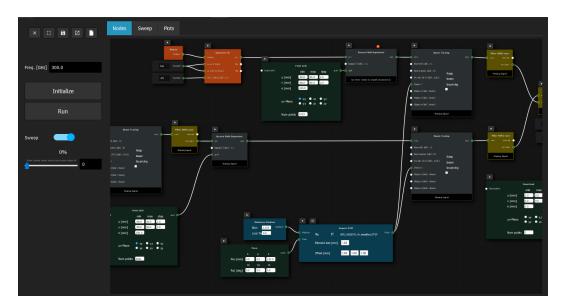


FIGURE A.1 – Illustration de l'interface graphique du simulateur, avec un balayage en cours sur un angle de rotation.

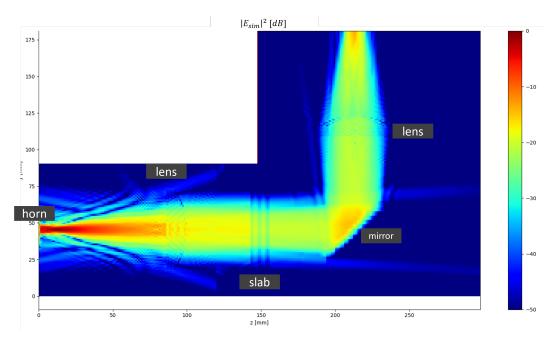


FIGURE A.2 – Exemple de carte des champs simulée en divisant l'espace en sous-domaines.

Le principal atout du simulateur développé réside dans sa modularité, offrant des briques de simulation adaptables pour personnaliser le pipeline en fonction des spécificités du problème à traiter. Grâce à l'utilisation de scripts Python, il devient possible de modéliser des systèmes complexes, comme un objectif composé de plusieurs lentilles.

La Figure A.2 présente un exemple de système quasi-optique pouvant être simulé à l'aide de cet outil. Pour générer cette illustration, l'espace 3D a été segmenté en plusieurs domaines de simulation (voir Section A.3), sous l'hypothèse d'une absence de couplage fort entre eux. Cette approximation permet d'obtenir rapidement une carte des champs électriques au sein du système. L'image présentée a nécessité 2 minutes pour le calcul de la propagation et 5 minutes pour déterminer les champs électriques sur le plan yOz.

### A.2 Modélisation des composants quasi-optiques

#### A.2.1 Discrétisation

Les composants peuvent être modélisés de deux manières :

- En utilisant des surfaces paramétrées qui décrivent la géométrie de l'objet ainsi que la courbure de ses surfaces. Ces surfaces peuvent correspondre à des objets canoniques, tels que des sphères, des ellipsoïdes ou des plans, pour lesquels il existe des solutions analytiques permettant de calculer l'intersection avec un rayon directeur. Elles peuvent également représenter des objets issus de la conception assistée par ordinateur (CAO), dont les paramètres sont enregistrés dans des fichiers spécifiques (par exemple, des fichiers STEP). Cependant, bien que ces surfaces soient paramétrées, l'intersection avec un rayon directeur ne peut généralement pas être calculée directement. Par conséquent, une conversion en maillage est nécessaire. Le logiciel libre Gmsh permet d'effectuer cette conversion.
- En utilisant un maillage (*mesh* en anglais) composé de surfaces élémentaires, comme des triangles. Chaque triangle peut être associé aux propriétés géométriques locales de la surface qu'il représente, telles que la courbure et les vecteurs normaux définis en différents points de la surface.

L'outil de simulation privilégie principalement la deuxième approche, car elle offre une exploitation indirecte de la première. Bien que cette méthode entraîne une légère augmentation du temps d'exécution, elle présente l'avantage de réduire la complexité du code.

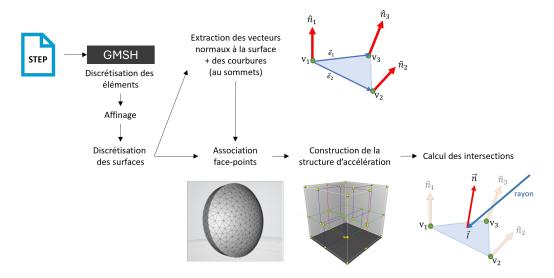


FIGURE A.3 – Maillage d'un ensemble de surfaces paramétrées issues d'une CAO.

#### A.2.2 Accélération de la recherche d'intersections

Le lancer de faisceaux est conceptuellement similaire au lancer de rayons en ce qui concerne le calcul des intersections. Dans le simulateur, *Gmsh* est configuré pour générer des triangles en tant que surfaces canoniques. Le problème d'intersection entre un rayon et un triangle est bien documenté dans la littérature. Toutefois, lorsque le nombre de faisceaux devient significatif, il devient impératif de recourir à une structure d'accélération afin de limiter le temps nécessaire pour déterminer les intersections entre les rayons et les triangles. Parmi les structures d'accélération couramment utilisées, on trouve le *kd-tree* (arbre k-dimensionnel) et le BVH (Bounding Volume Hierarchy). Ces structures de données arborescentes sont conçues pour organiser les points dans un espace multi-dimensionnel, rendant les recherches spatiales dans des scènes tridimensionnelles plus efficaces.

Le kd-tree divise l'espace en plans perpendiculaires aux axes des coordonnées. Chaque division permet de réduire progressivement la zone de recherche, ce qui accélère les calculs d'intersection entre les rayons et les objets. Lors de la traversée de l'arbre, l'axe utilisé pour diviser l'espace change cycliquement entre x, y, et z. Cette structure est particulièrement adaptée aux cas où la répartition des points est relativement homogène.

Le BVH, quant à lui, organise les points dans une hiérarchie de volumes en-

globants, où chaque nœud représente un sous-ensemble des objets de la scène. Les nœuds feuilles contiennent des objets individuels, tandis que les nœuds internes regroupent des sous-volumes. Les volumes englobants sont souvent des boîtes alignées sur les axes (Axis-Aligned Bounding Boxes, AABB) pour simplifier les calculs. Une AABB est définie par deux points : le minimum ( $x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}$ ) et le maximum ( $x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}$ ). Comparé au kd-tree, le BVH présente une construction généralement plus rapide et moins coûteuse, bien qu'il puisse nécessiter davantage de mémoire en raison de la gestion des volumes englobants.

Bien que les kd-trees soient souvent plus efficaces dans les calculs d'intersection, la traversée d'un BVH est plus intuitive et plus simple à optimiser [77]. Résumée dans le tableau A.1, la comparaison entre ces deux structures [78, 79] doit être nuancée par des considérations spécifiques au problème. En particulier, seul le CPU est utilisé ici. De plus, le nombre de rayons dépend généralement de la résolution de l'image à générer. Dans notre utilisation, le nombre de rayons est davantage influencé par la décomposition du champ électromagnétique et par la complexité géométrique des objets 3D eux-mêmes.

Critère	BVH	Kd-Tree
Division	Regroupement des objets	Division spatiale stricte
Volume englobant	AABB (Axis-Aligned Bounding Box)	Plan d'axe
Scènes dynamiques	Plus adapté	Moins adapté
Construction	Plus rapide	Plus coûteuse
Recherche	Plus rapide pour les petites scènes	Plus rapide pour les grandes scènes
Traversée	Plus intuitive	Plus complexe à optimiser

Table A.1 – Comparaison entre BVH et Kd-Tree pour le lancer de rayons.

L'arbre BVH est traversé de manière récursive :

- 1. Initialisation de l'intersection : On crée un objet Intersection avec des valeurs par défaut représentant une intersection non valide (distance d'intersection très grande et triangle nul par exemple).
- 2. **Vérification de la validité du nœud** : Si le nœud est vide, cela signifie que la branche ne doit pas être explorée.
- 3. Test de l'intersection du rayon avec la boîte englobante : On vérifie si le rayon intersecte la boîte englobante (AABB) du nœud courant. Si ce n'est pas le cas, le parcours de cette branche est interrompu.
- 4. Si le rayon intersecte la boîte englobante, il faut tester s'il existe des triangles dans cette boîte qui seraient intersectés par le rayon. Deux cas se présentent :

- nœud feuille (triangle): Si le nœud est une feuille (pas de sous-nœuds gauche ou droit), on parcourt les triangles associés à ce nœud. Pour chaque triangle, on vérifie s'il y a une intersection avec le rayon. Si une intersection est trouvée, Un objet Intersection est instancié avec les détails de l'intersection et le parcours de la branche est arrêté.
- nœud interne (division en sous-arbres) : Si le nœud n'est pas une feuille, la méthode s'appelle récursivement sur les sous-arbres gauche et droit du nœud. Pour chaque sous-arbre, l'intersection trouvée éventuellement est comparée. Deux politiques sont implémentées :
  - Si une intersection est trouvée dans le sous-arbre gauche et qu'elle est plus proche de l'origine du rayon que celle éventuellement trouvée dans le sous-arbre droit, c'est cette intersection qui est retournée.
  - Les intersections éventuellement trouvées dans les sous-arbres sont ajoutées à une liste d'intersections. La liste finale sera triée en fonction de la distance d'intersection après le parcours de l'arbre.
- 5. **Retour de l'intersection** : Si aucune intersection valide n'est trouvée, l'intersection initiale (non valide) est renvoyée.

### A.2.3 Calcul de l'intersection avec un triangle

Pour le calcul de l'intersection, les hypothèses suivantes sont posées :

- L'ordre des sommets du triangle est défini dans le sens anti-horaire.
- Le faisceau incident est représenté par son rayon porteur, défini par son origine et sa direction (vecteur unitaire).
- Toutes les coordonnées sont exprimées dans le repère global. Les sommets ont donc été préalablement transformés du repère local de l'objet au repère global.

L'intersection est calculée à l'aide de l'algorithme "rayon-triangle" de Möller-Trumbore [80], présenté en Figure A.4.

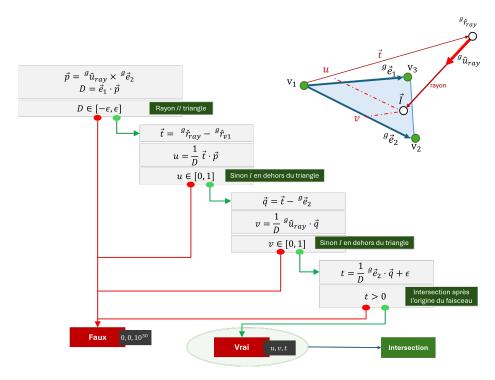


FIGURE A.4 – Algorithme d'intersection "rayon-triangle" de Möller-Trumbore.

### A.2.4 Détermination des paramètres de la surface au point d'intersection

Les paramètres de la surface sont enregistrés dans le triangle pour chaque sommet  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ . Le calcul de l'intersection retourne les coordonnées barycentriques du point d'intersection, qui ont pour propriété d'être une somme unitaire. Le point d'intersection, situé sur la surface du triangle intersecté, a donc pour coordonnées  $I(u,v) = u\hat{e}_1 + v\hat{e}_2 + (1-u-v)\hat{e}_3$ .

En utilisant ce même principe, il est possible d'interpoler les paramètres de la surface au point I. Ainsi, le vecteur normal  $\hat{n}_I$  est calculé avec :

$$\hat{n}_I = u\hat{n}_1 + v\hat{n}_2 + (1 - u - v)\hat{n}_3, \tag{A.1}$$

où  $\hat{n}_1$ ,  $\hat{n}_2$  et  $\hat{n}_3$  sont les vecteurs normaux à la surface aux sommets  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ . De manière similaire, la courbure de la surface  $c_I$  au point d'intersection est déterminée par :

$$c_I = uc_1 + vc_2 + (1 - u - v)c_3,$$
 (A.2)

où  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  représentent la courbure à la surface aux sommets  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .

Cette méthode est appelée interpolation (ou encore ombrage) de Phong [81]. Les valeurs de  $\hat{n}_1$ ,  $\hat{n}_2$ ,  $\hat{n}_3$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont déterminées durant le maillage par Gmsh à partir des surfaces paramétriques.

Ces paramètres sont essentiels pour le suivi de faisceau présenté dans les Sections ?? et 1.3.3, et résumés en Section A.2.5. La matrice de courbure de la surface,  $C_{\Sigma,I}$ , au point I peut être approximée par :

$$C_{\Sigma,I} = \begin{bmatrix} c_I & 0\\ 0 & c_I \end{bmatrix},\tag{A.3}$$

où  $c_I$  représente la courbure au point I dans les deux directions principales, soit ici une courbure sphérique.

### A.2.5 Synthèse des calculs du lancer de faisceaux

L'intersection du faisceau incident sur la surface du dioptre étant trouvée, et ses paramètres déterminés, il est maintenant possible de calculer les faisceaux réfléchis et transmis.

Deux repères de calcul sont définis à partir du repère incident formé par les axes  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ :

1. Le repère (sp), dit de Fresnel :

$$\hat{m{x}}_{sp} = rac{\hat{m{z}}_i imes (\hat{m{n}} imes \hat{m{z}}_i)}{||\hat{m{z}}_i imes (\hat{m{n}} imes \hat{m{z}}_i)||} \;, \quad \hat{m{y}}_{sp} = \hat{m{z}}_i imes \hat{m{x}}_{sp} \quad ext{et} \quad \hat{m{z}}_{sp} \equiv \hat{m{z}}_i$$

Le passage du repère global (g) au repère (sp) s'effectue au moyen de la matrice de passage  $^{sp}\mathbf{K}_{i}$ .

2. Le repère tangent (uv):

$$\hat{\boldsymbol{v}} \equiv \hat{\boldsymbol{y}}_i \quad \text{et} \quad \hat{\boldsymbol{u}} = \hat{\boldsymbol{v}} \times \hat{\boldsymbol{n}}_I.$$

Le passage d'un repère global (n) au repère (un) s'effectue au moyen de la matrice de passage  $uv \mathbf{K}_b$ .

Le champ électrique vectoriel du faisceau généré,  $a \in \{r, t\}$ , est complètement

défini, dans son repère local (a), par :

$${}^{a}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\rho},z) = A_{ai} \cdot u_{a}(\boldsymbol{\rho},z) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{a} \\ -\frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}_{a}^{\mathrm{T}} \left( {}^{a} \mathbf{Q}_{a} + {}^{a} \mathbf{Q}_{a}^{\mathrm{T}} \right) (z) \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix}, \tag{A.4}$$

avec  $A_{ai} = \frac{|u_i(\mathbf{0}, d_i)|}{u_{\mathbf{0},a}(0)} \exp \left\{ j \left( \angle u_i(\mathbf{0}, d_i) - \eta_a(0) \right) \right\}$  le terme de raccord du faisceau et  $d_i$  la distance entre l'origine du faisceau incident et l'intersection avec le dioptre.

Le calcul des paramètres  $\boldsymbol{\alpha}_a$ ,  $\mathbf{Q}_a$  est détaillé dans le tableau A.2. Le repère est défini en posant  $\hat{\boldsymbol{y}}_a = \hat{\boldsymbol{y}}_{sp}$  et  $\hat{\boldsymbol{x}}_a = \hat{\boldsymbol{y}}_a \times \hat{\boldsymbol{z}}_a$ .

Faisceau	Coefficients	Matrice de courbure	Axe de propagation
Réfléchi	$oldsymbol{lpha}_r = (^{sp} \mathbf{K}_i  imes oldsymbol{lpha}_i) \odot egin{bmatrix} rac{n_i u_2 - n_t u_1}{n_i u_2 + n_t u_1} \ rac{n_i u_1 - n_t u_2}{n_i u_1 + n_t u_2} \end{bmatrix}$	$egin{aligned} uv \mathbf{Q}_t &= rac{\gamma_i}{\gamma_t} \left\{ uv \mathbf{Q}_i + uv \mathbf{C} \left( \hat{m{n}} \cdot \hat{m{z}}_i - rac{\gamma_t}{\gamma_i} \hat{m{n}} \cdot \hat{m{z}}_t  ight)  ight\} \end{aligned}$	$\hat{oldsymbol{z}}_r = rac{\hat{oldsymbol{z}}_i + 2u_1\hat{oldsymbol{n}}_I}{  \hat{oldsymbol{z}}_i + 2u_1\hat{oldsymbol{n}}_I  }$
Réfracté	$oldsymbol{lpha}_t = (^{sp} \mathbf{K}_i  imes oldsymbol{lpha}_i) \odot egin{bmatrix} rac{2n_i u_1}{n_i u_2 + n_i u_1} \ rac{2n_i u_1}{n_t u_1 + n_i u_2} \end{bmatrix}$	$^{uv}\mathbf{Q}_{r}=^{uv}\mathbf{Q}_{i}-2\cdot^{uv}\mathbf{C}_{\Sigma,I}\left(\hat{m{n}}_{I}\cdot\hat{m{z}}_{i} ight)$	$egin{aligned} \hat{oldsymbol{z}}_t = rac{n_i}{n_t} \hat{oldsymbol{z}}_i + \left(rac{n_i}{n_t}u_1 - u_2 ight) \hat{oldsymbol{n}}_I \ \left \left rac{n_i}{n_t} \hat{oldsymbol{z}}_i + \left(rac{n_i}{n_t}u_1 - u_2 ight) \hat{oldsymbol{n}}_I ight  ight  \end{aligned}$

TABLE A.2 – Coefficients des faisceaux réfléchi et transmis en fonction de ceux du faisceau incident  $\alpha_i$ .  $\gamma_i = k_0(n_i - j\kappa_i)$  et  $\gamma_t = k_0(n_t - j\kappa_t)$  représentent les constantes de propagation complexes dans les milieux incident et réfractant respectivement.

$${}^{uv}\mathbf{Q}_i = \left({}^{i}\mathbf{K}_{uv}^{\mathrm{T}}\right){}^{i}\mathbf{Q}_i{}^{i}\mathbf{K}_{uv} \tag{A.5a}$$

$${}^{r}\mathbf{Q}_{r} = \left({}^{r}\mathbf{K}_{uv}{}^{T}\right)^{-1} \times {}^{uv}\mathbf{Q}_{r} \times {}^{r}\mathbf{K}_{uv}^{-1} \tag{A.5b}$$

$${}^{t}\mathbf{Q}_{t} = \left({}^{t}\mathbf{K}_{uv}^{T}\right)^{-1} \times {}^{uv}\mathbf{Q}_{t} \times {}^{t}\mathbf{K}_{uv}^{-1}$$
(A.5c)

$$u_1 = -\hat{\boldsymbol{n}}_I \cdot \hat{\boldsymbol{z}}_i$$
 et  $u_2 = \sqrt{1 - \frac{n_i^2}{n_t^2} (1 - u_1^2)}$  (A.5d)

## A.3 Décomposition de l'espace en domaines de calcul

Dans le cas de la division de l'espace en sous-domaines de calcul, chaque domaine aura alors un arbre BVH dédié, comme illustré en Figure A.5. Un domaine peut, par ailleurs, avoir une ou plusieurs surfaces de décomposition associées.

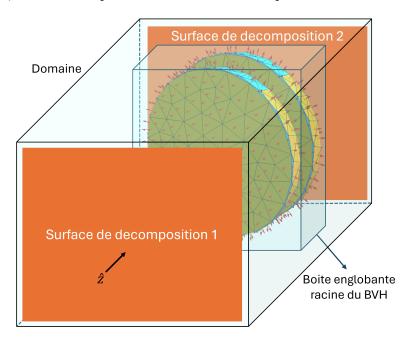


FIGURE A.5 – Exemple de domaine de calcul avec la boîte englobante racine de l'arbre BVH associé, ainsi que deux surfaces de décomposition : l'une pour un champ incident suivant  $\hat{z}$ , et l'autre pour un champ incident suivant  $-\hat{z}$ .

Dans l'exemple fourni en Figure A.5, deux surfaces de décomposition sont mises en place. La première est utilisée pour décomposer le champ incident, tel qu'un faisceau provenant d'un cornet, en faisceaux gaussiens. Le calcul des intersections de ces faisceaux avec le maillage est ensuite optimisé à l'aide de l'arbre BVH associé à ce domaine. La structure d'accélération peut inclure plusieurs objets, permettant ainsi de prendre en compte de manière naturelle les effets de multi-réflexion entre les différentes interfaces, et donc le couplage entre les objets. Ce dernier sera modélisé avec une précision d'autant plus grande que le nombre de réflexions et de transmissions autorisées pour un faisceau est élevé.

Les faisceaux générés peuvent ensuite être utilisés comme entrée pour un se-

cond domaine, qui simulera, par exemple, la réflexion induite par d'autres éléments quasi-optiques. Cette réflexion sera alors propagée dans le premier domaine par l'intermédiaire de la seconde surface de décomposition, qui prendra en charge la décomposition du champ rétrograde. Cette approche permet de modéliser efficacement le couplage entre deux domaines distincts.

L'utilisation de plusieurs domaines permet d'éviter la perte de précision inévitablement causée par la propagation des faisceaux élémentaires sur de grandes distances. Si les faisceaux parcourent une distance telle que leur taille devient significative par rapport à la courbure des surfaces (hypothèse utilisée pour calculer les matrices de courbure des faisceaux réfléchis et transmis), le couplage entre l'objet duquel le faisceau est issu et celui qui le réfracte peut généralement être considéré comme suffisamment faible pour ne pas nécessiter un traitement approfondi des multi-réflexions.

# RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE À OUVERTURE

### **B.1** Introduction

Un des défis récurrents en électromagnétisme est la transition entre les ondes guidées, qui transportent l'énergie depuis la source vers l'antenne, et les ondes libres dans l'espace. Cette conversion se fait via différentes configurations d'interfaces. Aux longueurs d'onde millimétriques et sub-millimétriques, le dispositif le plus couramment utilisé est l'antenne cornet. Ce dernier consiste en un guide d'ondes dont la section s'élargit progressivement vers l'ouverture, permettant ainsi de transformer un mode de propagation guidée (généralement le mode  $TE_{10}$  dans un guide rectangulaire ou le mode dominant  $TE_{11}$  dans un guide circulaire) en un rayonnement libre dans l'espace. Cette géométrie permet une adaptation progressive d'impédance et une réduction des réflexions à l'interface, optimisant ainsi le couplage entre le guide d'ondes et l'espace libre.

Il existe plusieurs types de cornets, dont les plus courants sont :

- Cornet pyramidal : Un guide d'ondes rectangulaire se termine par une ouverture évasée en forme de pyramide. Le cornet diagonal est un cornet pyramidal à ouverture carrée et tournée de 45° autour de son axe de propagation. Une transition est nécessaire entre le guide rectangulaire et la section diagonale.
- Cornet conique : Un guide d'ondes circulaire se termine par une ouverture conique. Il peut être rainuré pour diminuer les lobes secondaires et obtenir un faisceau à profil gaussien.
- Cornet évasé en H et E : Un guide rectangulaire évasé seulement dans la direction du champ électrique (plan E) ou du champ magnétique (plan H).

### B.2 Formule de rayonnement en champ proche

Le champ rayonné par un cornet peut être déterminé en appliquant les formules de diffraction de l'ouverture [55, p.822][82, p.188], qui relient le champ électromagnétique à l'ouverture au champ dans la zone proche (région de Fresnel) ou dans la zone lointaine (région de Fraunhofer) via une intégrale triple.

Considérons une surface plane dont le vecteur normal est aligné avec l'axe de propagation, soit  $\hat{\boldsymbol{n}} \equiv \hat{\boldsymbol{z}}$ . Le champ électrique à la surface est noté  $\boldsymbol{E}_a(\rho)$ , et le champ magnétique est  $\boldsymbol{H}_a(\rho)$ , où  $\rho$  représente le vecteur des coordonnées sur cette surface dans son propre repère.

Pour établir les équations de rayonnement, il est nécessaire de considérer l'ouverture du cornet comme une surface virtuelle S [55, p.822], sur laquelle les courants électriques et magnétiques de surface doivent être calculés. Posons

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{H}_a \times \hat{\boldsymbol{z}} \tag{B.1}$$

et

$$\boldsymbol{M} = -\boldsymbol{E}_a \times \hat{\boldsymbol{z}} \tag{B.2}$$

respectivement le courant électrique de surface et le courant magnétique de surface. L'intégrale de rayonnement devient pour l'espace libre constitué d'air [82, p.188][55, p.804]:

$$\boldsymbol{E} = -\frac{j}{k} \iint_{S} \left\{ k^{2} \boldsymbol{J} \psi + (\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \, \boldsymbol{\nabla} \psi - jk \left( \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{\nabla} \psi \right) \right\} dS$$
 (B.3a)

$$\boldsymbol{H} = -\frac{j}{k} \iint_{S} \left\{ k^{2} \boldsymbol{M} \psi + (\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\nabla}) \, \boldsymbol{\nabla} \psi + jk \, (\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{\nabla} \psi) \right\} dS$$
 (B.3b)

où E et H sont les champs électrique et magnétique en espace libre, k le nombre d'onde et  $\psi$  est une fonction de Green telle que [55, p.803] :

$$\psi = \frac{e^{-jkr}}{4\pi kr},\tag{B.4}$$

avec r la distance entre le point  $P_a$  considéré sur la surface de l'ouverture et le point  $P_c$  où le champ en espace libre est calculé.

L'équation B.3 peut être réécrite sans l'opérateur différentiel  $\nabla$  [82, p.189][83,

[p.170]:

$$\boldsymbol{E} = -jk^2 \iint_{S} \left\{ A\boldsymbol{J} - B\left(\boldsymbol{J} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}\right) + C\left(\boldsymbol{M} \times \hat{\boldsymbol{r}}\right) \right\} \psi dS, \tag{B.5a}$$

$$\boldsymbol{H} = -jk^2 \iint_{S} \left\{ A\boldsymbol{M} - B\left(\boldsymbol{M} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}\right) \hat{\boldsymbol{r}} - C\left(\boldsymbol{J} \times \hat{\boldsymbol{r}}\right) \right\} \psi dS, \tag{B.5b}$$

dans laquelle on définit les termes :

$$A = 1 - \frac{j}{kr} - \frac{1}{k^2 r^2} \tag{B.6a}$$

$$B = 1 - \frac{3j}{kr} + \frac{3}{k^2r^2} \tag{B.6b}$$

$$C = 1 - \frac{j}{kr} \tag{B.6c}$$

avec  $\hat{r}$  étant le vecteur unitaire dans la direction de  $\overrightarrow{P_aP_c}$ .

Les champs à l'ouverture peuvent être calculés en sommant les modes s'y propageant. L'expression des modes pour des géométries rectangulaires et circulaires est fournier en section C.2.

# MÉTHODE DU RACCORDEMENT DE MODES

### C.1 Introduction

La méthode du raccordement de modes (ou modes matching) est une technique utilisée dans l'analyse des structures guidées, telles que les fibres optiques, les guides d'ondes, et les cavités résonantes [31, 84-88]. Cette approche permet de comprendre comment les ondes électromagnétiques se propagent à travers des structures complexes en décomposant le champ électromagnétique en un ensemble de modes propres, qui sont des solutions spécifiques de l'équation des ondes pour une géométrie donnée.

La méthode repose sur l'idée que tout champ électromagnétique dans une structure guidée peut être exprimé comme une superposition linéaire de N modes. Chaque mode est caractérisé par un certain profil de champ qui se propage dans la structure, et la somme de ces modes recompose le champ total E. Il peut y avoir des modes se propageant suivant la direction de propagation, de coefficients  $a_n$ , et ceux, réfléchis ou transmis par une discontinuité, se dirigeant en direction opposée et de coefficients  $b_n$ . Il est à noter que les modes ne se propagent en réalité pas tous, certains sont évanescents si leur fréquence est au dessous de la fréquence de coupure de la portion de guide considéré.

# C.2 Expression des champs électrique et magnétique modaux

Dans le cadre de cette méthode, seule les composantes transversales sont nécessaire aux calculs. L'expression du potentiel  $\phi_n$  est utilisé pour déterminer les

composantes transversales du champ électrique  $e_{tr,n}$  et du champ magnétique  $h_{tr,n}$  pour chaque mode n. La résolution de l'équation d'Helmholtz dans une structure guidée permet d'écrire les expressions fournies dans le tableau C.1.

$$egin{aligned} \mathbf{TE} \; \mathbf{(h)} & egin{aligned} oldsymbol{e}_{tr,h,n} = \sqrt{Z_n} oldsymbol{
abla} oldsymbol{\phi}_{h,n} imes \hat{oldsymbol{z}} & oldsymbol{h}_{tr,h,n} = \sqrt{rac{1}{Z_n}} oldsymbol{
abla}_{t,h} oldsymbol{\phi}_{h,n} \ \mathbf{TM} \; \mathbf{(e)} & oldsymbol{e}_{tr,e,n} = \sqrt{Z_n} oldsymbol{
abla} oldsymbol{\phi}_{e,n} & oldsymbol{h}_{tr,e,n} = \sqrt{rac{1}{Z_n}} \hat{oldsymbol{z}} imes oldsymbol{
abla}_{t,h} oldsymbol{\phi}_{h,n} \end{aligned}$$

TABLE C.1 – Champs électriques et magnétiques transverses pour les modes guidés TE (notés h) et TM (notés e), où  $Z_n$  est impédance d'onde du mode n et  $\nabla_t = \begin{bmatrix} \partial_x \\ \partial_y \end{bmatrix}$ .

Dans le cas d'une structure rectangulaire de dimension  $L_x \times L_y$ , les potentiels s'écrivent en coordonnées cartésiennes, pour un mode  $n \to (u, v) \neq (0, 0)$ :

$$\phi_{h,n} = N_n \cos\left\{\frac{u\pi}{L_x}\left(x + \frac{L_x}{2}\right)\right\} \cos\left\{\frac{v\pi}{L_y}\left(y + \frac{L_y}{2}\right)\right\},$$
 (C.1a)

$$\phi_{e,n} = N_n \sin\left\{\frac{u\pi}{L_x}\left(x + \frac{L_x}{2}\right)\right\} \sin\left\{\frac{v\pi}{L_y}\left(y + \frac{L_y}{2}\right)\right\},\tag{C.1b}$$

où le facteur de normalisation  $N_n$  prend la forme :

$$N_n = \frac{4}{ab \cdot k_{c,n}^2 (1 + \delta_{u,0}) (1 + \delta_{v,0})},$$
 (C.2)

Dans le cas d'une structure circulaire de rayon R, l'expression du potentiel en coordonnées cylindriques devient, pour un mode  $n \to (p, r)$ :

$$\phi_{h,n} = J_p \left( \frac{\zeta'_{pr}}{a} r \right) \cos \{ p\varphi \}.$$
 (C.3a)

$$\phi_{e,n} = J_p \left( \frac{\zeta'_{pr}}{a} r \right) \sin \{ p\varphi \}.$$
 (C.3b)

où  $J_p$  est la fonction de Bessel d'ordre p et  $\zeta'_{pr}$  est le r-ième zéros de la dérivée de  $J_p$ . Le facteur de normalisation prend la forme :

$$N_n = \frac{2}{\pi |(1 + \delta_{p,0}) \left(\zeta'_{pr} - p^2\right) J_p^2 \left(\zeta'_{pr}\right)|},$$
 (C.4)

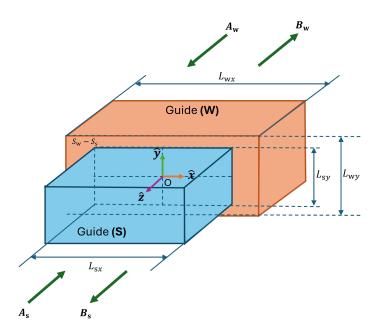


FIGURE C.1 – Discontinuité entre deux guides de tailles différentes.

### C.3 Détermination de la matrice de répartition d'une discontinuité

La méthode décrite dans [31] est particulièrement utile pour analyser des discontinuités ou des transitions dans les guides d'ondes de formes canoniques. Par exemple, lorsqu'une onde se propage dans un guide d'onde et atteint une jonction avec un autre guide d'onde de dimensions différentes, le champ peut être projeté sur les modes de chaque guide d'onde. À la jonction, les conditions aux limites sont imposées pour faire correspondre les modes de chaque région, d'où le nom de la méthode. De plus, la solution proposée est particulièrement optimisée pour une simulation en balayage en fréquence.

Pour simplifier l'explication de la méthode, la structure est divisée en deux portions de guide (w, pour *wide*) et (s pour *small*), comme présenté en figure C.1. La structure se rétrécie donc.

On considère que la section transversale du guide d'ondes (s) est entièrement incluse dans celle de (w), soit  $A_s \in A_w$ .

Ainsi, avant une jonction de guide, on a :

$$\boldsymbol{E} = \sum_{n}^{N_w} (a_n + b_n) \, \boldsymbol{e}_n, \tag{C.5a}$$

$$\boldsymbol{H} = \sum_{n}^{N_s} (a_n - b_n) \, \boldsymbol{h}_n, \tag{C.5b}$$

et après une jonction :

$$\boldsymbol{E} = \sum_{n}^{N} (b_n + a_n) \, \boldsymbol{e}_n, \tag{C.6a}$$

$$\boldsymbol{H} = \sum_{n}^{N} (b_n - a_n) \, \boldsymbol{h}_n, \tag{C.6b}$$

avec,  $N_s$  le nombre de modes dans le guide (s),  $N_w$  celui dans le guide (w),  $e_n$  le champ électrique et  $h_n$  le champ magnétique associés au nième mode n.

Dans un même guide, les modes sont orthogonaux. Ainsi, pour des puissances normalisés, pour une même section de guide et considérant deux modes m et n, nous avons :

$$\iint_{section} \mathbf{e}_m \times \mathbf{h}_n \cdot \hat{\mathbf{z}} dS = \delta_{mn}. \tag{C.7}$$

Les conditions aux limites des champs électriques (EFBC) et magnétiques (MFBC) doivent être satisfaites à l'interface entre les deux guides d'ondes. Pour les tester, une méthode dite de Galerkin est utilisée. L'application de ces tests, détaillée dans [31], amène a la définition du produits croisé interne  $X_{mn}$  entre deux modes m du guide (s) et n du guide (w) traduisant leur couplage :

$$X_{mn} = \iint_{A_s} \boldsymbol{e}_m^{(s)} \times \boldsymbol{h}_n^{(w)} \cdot \hat{\boldsymbol{z}} dS.$$
 (C.8)

En appliquant cette équation à chaque mode de part-et-d'autre de la discontinuité, on obtient une matrice  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_s \times N_w}$ . On peut alors écrire un système d'équation sous la forme :

$$\begin{cases} \text{EFBC}: & (\boldsymbol{a}_w + \boldsymbol{b}_w) = \mathbf{X}^{T} (\boldsymbol{a}_s + \boldsymbol{b}_s) \\ \text{MFBC}: & \mathbf{X} (\boldsymbol{a}_w - \boldsymbol{b}_w) = (\boldsymbol{b}_s - \boldsymbol{a}_s) \end{cases},$$
(C.9)

avec  $a_w$  et  $b_w$  les vecteurs de coefficients modaux pour le guide (w) et  $a_s$  et  $b_s$  celui pour le guide (s).

En définissant la quantité

$$\mathbf{F} = 2\left(\mathbf{1} + \mathbf{X}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\right)^{-1},\tag{C.10}$$

on peut calculer la matrice de répartition généralisée  ${\bf S}$  pour une discontinuité  $(w) \to (s)$  :

$$\mathbf{S}_{w \to s} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} - \mathbf{1} & \mathbf{F} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{F} & \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{F} \mathbf{X} - \mathbf{1} \end{bmatrix}. \tag{C.11}$$

Dans le cas ou la discontinuité serait dans le sens  $(s) \to (w)$ , il suffit de transposer les blocs de la matrice S:

$$\mathbf{S}_{s \to w} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{F} \mathbf{X} - \mathbf{1} & \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \mathbf{F} \\ \mathbf{F} \mathbf{X} & \mathbf{F} - \mathbf{1} \end{bmatrix}. \tag{C.12}$$

Cette matrice s'applique comme une matrice de répartition classique mais prend en compte plusieurs modes ainsi que leur couplage, ainsi :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_w \\ \boldsymbol{b}_s \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_w \\ \boldsymbol{a}_s \end{bmatrix}. \tag{C.13}$$

# C.4 Optimisation dans le cas d'un balayage en fréquence

La matrice  $\mathbf{X}$  peut être décomposée en trois parties distinctes : une première partie qui dépend exclusivement de la géométrie du guide d'onde, appelée matrice de couplage normalisée  $\bar{\mathbf{X}}$ , et deux autres parties dépendantes de la fréquence. Ces deux dernières sont les matrices d'impédance des modes du petit guide (s) et d'admittance des modes du grand guide (w). Ainsi, on obtient l'expression suivante :

$$\mathbf{X} = \sqrt{\mathbf{Z}_s} \mathbf{\bar{X}} \sqrt{\mathbf{Y}_w}. \tag{C.14}$$

La matrice de couplage normalisée,  $\bar{\mathbf{X}}$ , ne nécessite ainsi d'être calculée qu'une seule fois avant le balayage en fréquence. Seules les matrices d'impédance et d'admittance doivent être évaluées à chaque point de fréquence, ce qui permet de réduire significativement le temps d'exécution de l'algorithme.

## C.5 Calcul de la matrice des produits croisés internes normalisée

Cette matrice représente le couplage existant entre chaque mode de chaque côté de la discontinuité.

Afin de donner un exemple d'implémentation, nous détaillons ici chaque produit pour le cas de structures guidées rectangulaires (en coordonnées cartésiennes, un raisonnement similaire peut être appliqué en coordonnées cylindriques). Il s'agit donc d'intégrales de produits entre modes TE-TE, TE-TM et TM-TM. Celles entre les modes TM-TE, donnant un résultat nul [31], ne seront pas étudiées.

Le produit croisé interne défini par l'équation C.14 peut être simplifié en utilisant la propriété d'orthogonalité des modes guidés. L'élément  $X_{mn}$  (ligne m, colonne n) de la matrice X peut alors s'écrire :

$$X_{mn} = \iint_{A_s} \boldsymbol{e}_m^{(s)} \times \boldsymbol{h}_n^{(w)} \cdot \hat{\boldsymbol{z}} \, dS = \iint_{A_s} \boldsymbol{e}_m^{(s)} \cdot \boldsymbol{e}_n^{(w)} \, dS = \iint_{A_s} \boldsymbol{h}_m^{(s)} \cdot \boldsymbol{h}_n^{(w)} \, dS.$$
 (C.15)

Une relation similaire peut être écrite pour les éléments de la matrice des produits croisés internes normalisée  $\bar{\mathbf{X}}$ . L'écriture de ces éléments dépend de la nature des modes mis en jeu, TE ou TM. Pour les calculs suivants, posons l'indice  $g \in \{w, s\}$  pour désigner une valeur correspondante respectivement au guide (w) ou au guide (s). De même, on définit l'indice  $a \in \{x, y\}$  pour une valeur correspondant respectivement à la dimension x ou y.

#### C.5.1 Cas TE-TE

Dans le cas d'un couplage TE-TE (préfixé hh), nous pouvons écrire :

$$\bar{\mathbf{X}}_{mn} = \underbrace{N_n^{(w)} N_m^{(s)}}_{N_{nm}} \iint_{A_s} \underbrace{\left(\vec{\nabla}_t \phi_{h,n}^{(w)}\right) \left(\vec{\nabla}_t \phi_{h,m}^{(s)}\right)}_{\Pi_{\phi_{hh},mn}} \mathrm{d}S. \tag{C.16}$$

On posant, pour un mode quel conque  $n \to (u,v)$  dans la section (g) :

$$k_{gnx} = \frac{u\pi}{L_{gx}},\tag{C.17}$$

et

$$k_{gny} = \frac{v\pi}{L_{qy}},\tag{C.18}$$

on peut écrire:

$$\vec{\nabla}_{t}\phi_{h,n}^{(g)} = -\left[k_{gnx}\cos\left\{\underbrace{k_{gny}\left(y + \frac{L_{gy}}{2}\right)}_{Y_{g}}\right\}\sin\left\{\underbrace{k_{gnx}\left(x + \frac{L_{gx}}{2}\right)}_{X_{g}}\right\}\right].$$

$$\left(C.19\right)$$

$$\left\{k_{gny}\cos\left\{k_{gnx}\left(x + \frac{L_{gx}}{2}\right)\right\}\sin\left\{k_{gny}\left(y + \frac{L_{gy}}{2}\right)\right\}\right\}$$

Ainsi, nous avons:

$$\Pi_{\phi_{hh,mn}} = k_{wxn} k_{swm} \cdot \cos(X_w) \cos(X_s) \cdot \sin(Y_w) \sin(Y_s)$$
 (C.20)

$$+ k_{wyn}k_{sym} \cdot \cos(Y_w)\cos(Y_s) \cdot \sin(X_w)\sin(X_s)$$
 (C.21)

#### C.5.2 Cas TM-TM

Dans le cas d'un couplage TM-TM (préfixé ee), nous pouvons écrire :

$$\bar{\mathbf{X}}_{mn} = \underbrace{N_n^{(w)} N_m^{(s)}}_{N_{nm}} \iint_{A_s} \underbrace{\left(\vec{\nabla}_t \phi_{e,n}^{(w)}\right) \left(\vec{\nabla}_t \phi_{e,m}^{(s)}\right)}_{\Pi_{\phi_{ee},mp}} \mathrm{d}S, \tag{C.22}$$

Ce qui, après un calcul similaire au cas TE-TE, donne :

$$\Pi_{\phi_{ee,mn}} = k_{wyn} k_{sym} \cdot \cos(X_w) \cos(X_s) \cdot \sin(Y_w) \sin(Y_s)$$
 (C.23)

$$+ k_{wxn}k_{sxm} \cdot \cos(Y_w)\cos(Y_s) \cdot \sin(X_w)\sin(X_s)$$
 (C.24)

#### C.5.3 Cas TE-TM

Dans le cas d'un couplage TE-TM (préfixé eh), nous pouvons écrire :

$$\bar{\mathbf{X}}_{mn} = \underbrace{N_n^{(w)} N_m^{(s)}}_{N_{nm}} \iint_{A_s} \underbrace{\left(\vec{\nabla}_t \phi_{h,n}^{(w)} \times \hat{\boldsymbol{z}}\right) \left(\vec{\nabla}_t \phi_{e,m}^{(s)}\right)}_{\Pi_{\phi_{eh},mp}} dS, \tag{C.25}$$

Ce qui, après un calcul similaire aux cas précédents, donne :

$$\Pi_{\phi_{eh,mn}} = k_{wyn} k_{sxm} \cdot \cos(X_w) \cos(X_s) \cdot \sin(Y_w) \sin(Y_s)$$
 (C.26)

$$-k_{wxn}k_{sym} \cdot \cos(Y_w)\cos(Y_s) \cdot \sin(X_w)\sin(X_s) \tag{C.27}$$

# C.5.4 Généralisation et calcul des intégrales des produits croisés internes

On remarque, dans le traitement des cas précédents, que les produits croisés internes se présentent toujours sous la même forme, que l'on peut généraliser :

$$\bar{X}_{mn} = N_{nm} \iint_{A_s} \phi_n^{(w)} \cdot \phi_m^{(s)} dS$$

$$= N_{nm} \alpha_{mn} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \cos(X_w) \cos(X_s) dx \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \sin(Y_w) \sin(Y_s) dy$$

$$+ N_{nm} \beta_{mn} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \sin(X_w) \sin(X_s) dx \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \cos(Y_w) \cos(Y_s) dy, \qquad (C.28)$$

soit:

$$\bar{X}_{mn} = N_{mn} \left[ \alpha_{mn} \xi_{x+} \xi_{y-} + \beta_{mn} \xi_{x-} \xi_{y+} \right], \tag{C.29}$$

où  $\alpha_{mn}$  et  $\beta_{mn}$  correspondent aux produits faisant intervenir les termes  $k_{wam}$  et  $k_{san}$  (avec a tel que défini en début de section) et dépendent du type de couplage (TE-TE, TE-TM ou TM-TM).

Les éléments  $\bar{X}_{mn}$  sont calculables en linéarisant les produits de cos et sin et en posant la fonction U telle que :

$$U(\mathbf{L}_a, \mathbf{K}_a) = \frac{1}{\sum \mathbf{K}_a} \sin \left\{ \frac{L_{sa} \sum \mathbf{K}_a}{2} \right\} \cos \left\{ \frac{\mathbf{L}_a \cdot \mathbf{K}_a}{2} \right\}, \tag{C.30}$$

 $\forall \sum \mathbf{K}_a \neq 0$ , avec :

$$\boldsymbol{L}_{a} = \begin{bmatrix} L_{wa} \\ L_{sa} \end{bmatrix} \tag{C.31}$$

et

$$\boldsymbol{k}_{a} = \begin{bmatrix} k_{wna} \\ k_{sma} \end{bmatrix} \tag{C.32}$$

Quatre cas se présentent alors suivant les valeurs prises par  $\boldsymbol{K}_a$  :

$k_{wna} \neq k_{sma} \neq 0$	$\xi_{a\pm} = U\left(\boldsymbol{L}_{a}, \begin{bmatrix} k_{wna} \\ -k_{sma} \end{bmatrix}\right) \pm U\left(\boldsymbol{L}_{a}, \boldsymbol{K}_{a}\right)$
$k_{wna} = k_{sma} \neq 0$	$\xi_{a\pm} = \frac{1}{2} \cos \left\{ k_{sma} \left( \frac{L_{wa} - L_{sa}}{2} \right) \right\} \pm U \left( \mathbf{L}_a, \mathbf{K}_a \right)$
$k_{wna} = k_{sma} = 0$	$\xi_{a+} = L_{sa};  \xi_{a-} = 0$
$k_{wna} = 0$ ou $k_{sma} = 0$	$\xi_{a+} = 2U\left(\boldsymbol{L}_{a}, \boldsymbol{K}_{a}\right);  \xi_{a-} = 0$

Table C.2 – Calcul des termes  $\xi_{x+}, \, \xi_{y+}, \, \xi_{x-}$  et  $\xi_{y-}$ .

#### C.6 Extension à plusieurs discontinuités

Dans le cas d'un système comprenant plusieurs discontinuités, les matrices de chaque discontinuité peuvent être mises en cascade de manière similaire aux méthodes utilisées pour les matrices de diffusion classiques. Il est également nécessaire d'inclure les matrices de répartition des tronçons de guide d'ondes situés entre les discontinuités.

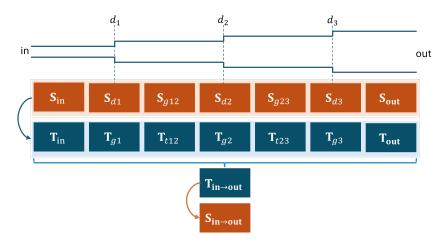


FIGURE C.2 – Principe de calcul de la matrice finale.

La mise en cascade est réalisée via les matrices de transfert calculées à partir des matrices de répartition, comme illustré en Figure C.2. La matrice de transfert du système entier ainsi obtenue est reconvertie en matrice de répartition. Cette approche permet de prendre en compte la longueur de chaque portion de guide et de modéliser une structure guidée comportant plusieurs discontinuités.

### Bibliographie

- [1] Kok Yeow You, « Materials Characterization Using Microwave Waveguide System », in: *Microwave Systems and Applications*, sous la dir. de Sotirios K. Goudos, Rijeka: IntechOpen, 2017, chap. 14, doi: 10.5772/66230, url: https://doi.org/10.5772/66230.
- [2] Paul F GOLDSMITH, Quasioptical systems: Gaussian beam quasioptical propagation and applications, OCLC: 1141148975, 1998, ISBN: 978-0-470-54629-1, URL: https://ieeexplore.ieee.org/xpl/bkabstractplus.jsp?bkn=5264471.
- [3] J. A. Arnaud et H. Kogelnik, « Gaussian Light Beams with General Astigmatism », in : *Applied Optics* 8.8 (1<sup>er</sup> août 1969), p. 1687, ISSN: 0003-6935, 1539-4522, DOI: 10.1364/AO.8.001687, URL: https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ao-8-8-1687 (visité le 02/06/2022).
- [4] Julien HILLAIRET, « Applications du formalisme des faisceaux gaussiens à la modélisation de l'interaction d'une onde électromagnétique avec un objet 3D complexe », thèse de doct., Université Paul Sabatier Toulouse III, déc. 2007, URL: https://theses.hal.science/tel-00258429.
- [5] Ihssan Ghannoum, « Etudes d'outils de calcul de propagation radar en milieu complexe (milieu urbain, présence de multi-trajets) par des techniques de lancer de faisceaux Gaussiens », thèse de doct., Institut National des Télécommunications, sept. 2010, URL: https://theses.hal.science/tel-00586362.
- [6] Evgenia Kochkina et al., « Modeling of the general astigmatic Gaussian beam and its propagation through 3D optical systems », in : Applied

- Optics 52.24 (20 août 2013), p. 6030, ISSN: 1559-128X, 2155-3165, DOI: 10.1364/A0.52.006030, URL: https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=ao-52-24-6030 (visité le 06/07/2022).
- [7] Javier Alda, Shaomin Wang et Eusebio Bernabeu, « Analytical expression for the complex radius of curvature tensor Q for generalized gaussian beams », in : *Optics Communications* 80 (jan. 1991), p. 350-352, doi: 10.1016/0030-4018(91)90421-9.
- [8] Evgenia Kochkina, « Stigmatic and astigmatic Gaussian beams in fundamental mode: impact of beam model choice on interferometric pathlength signal estimates », thèse de doct., Leibniz U., Hannover, 2013, DOI: 10.15488/8105.
- [9] J. A. Arnaud et H. Kogelnik, « Gaussian Light Beams with General Astigmatism », in: *Appl. Opt.* 8.8 (août 1969), p. 1687-1693, doi: 10. 1364/A0.8.001687, url: https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?Url=ao-8-8-1687.
- [10] A. ROHANI, A.A. SHISHEGAR et S. SAFAVI-NAEINI, « A fast Gaussian beam tracing method for reflection and refraction of general vectorial astigmatic Gaussian beams from general curved surfaces », in: Optics Communications 232.1 (mars 2004), p. 1-10, ISSN: 00304018, DOI: 10. 1016/j.optcom.2003.11.044, URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0030401803022120 (visité le 06/07/2022).
- [11] Alexandre Chabory et al., « Computation of electromagnetic scattering by multilayer dielectric objects using Gaussian beam based techniques », in : Comptes Rendus Physique 6.6 (juill. 2005), p. 654-662, ISSN: 16310705, DOI: 10.1016/j.crhy.2005.06.011, URL: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1631070505000745 (visité le 11/02/2022).
- [12] Mostafa Shabani et Amir Ahmad Shishegar, « Millimeter wave propagation in a short outdoor link using the vectorial Gaussian beam tracing method », in: 2006 Asia-Pacific Microwave Conference, 2006, p. 1851-1854, doi: 10.1109/APMC.2006.4429769.

- [13] SeyedMohammad Alavirad et al., « Vectorial Gaussian beam tracing method for millimeter wave propagation modelling in a large scale media », in: 2009 Mediterrannean Microwave Symposium (MMS), 2009, p. 1-4, DOI: 10.1109/MMS.2009.5409811.
- [14] A DOICU et T WRIEDT, « Plane wave spectrum of electromagnetic beams », in: Optics Communications 136.1 (1997), p. 114-124, ISSN: 0030-4018, DOI: https://doi.org/10.1016/S0030-4018(96)00641-4, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401896006414.
- [15] R. P. RIESZ et R. SIMON, « Reflection of a Gaussian beam from a dielectric slab », in: *J. Opt. Soc. Am. A* 2.11 (nov. 1985), p. 1809-1817, DOI: 10.1364/JOSAA.2.001809, URL: https://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-2-11-1809.
- [16] Keely Willis, John Schneider et Susan Hagness, « Amplified total internal reflection: Theory, analysis, and demonstration of existence via FDTD », in: Optics express 16 (mars 2008), p. 1903-14, DOI: 10.1364/ 0E.16.001903.
- [17] Francis X. Canning, « Corrected Fresnel coefficients for lossy materials », in: 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI), 2011, p. 2123-2126, DOI: 10.1109/APS.2011. 5996930.
- [18] Vladimir M. SERDYUK, « Approximate analytical model of the refracted field of the Gaussian light beam on a plane dielectric interface », in: Optics Communications 535 (2023), p. 129310, ISSN: 0030-4018, DOI: https://doi.org/10.1016/j.optcom.2023.129310, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S003040182300055X.
- [19] J.-M. VIGOUREUX, « De l'onde évanescente de Fresnel au champ proche optique », in : Annales de la Fondation Louis de Broglie 28.3-4 (2003), p. 525-541, URL : https://fondationlouisdebroglie.org/AFLB-283/aflb283p525.pdf.
- [20] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Available online: http://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch4.pdf, Rutgers University, 2002, chap. 4.

- [21] Max Born et Emil Wolf, *Principles of Optics*, 7th, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999, chap. 3.
- [22] Hishem HYANI, « Jet électromagnétique 3D : détection, imagerie et contrôle non destructif dans des structures opaques », 2021LYSES016, thèse de doct., 2021, URL : http://www.theses.fr/2021LYSES016/document.
- [23] Fang-jun Zhu et al., « The Propagation of Gap Wave in Piezoelectric Phononic Crystals », in: 2019 13th Symposium on Piezoelectrity, Acoustic Waves and Device Applications (SPAWDA), 2019, p. 1-5, DOI: 10.1109/SPAWDA.2019.8681854.
- [24] Y. Antar et W. Boerner, « Unified treatment of beam interaction with a dielectric interface using modal plane wave expansion », in: 1975 Antennas and Propagation Society International Symposium, t. 13, 1975, p. 31-34, doi: 10.1109/APS.1975.1147357.
- [25] Changyou Li, Dominique Lesselier et Yu Zhong, « Scattering of Obliquely Incident Electromagnetic Plane Waves by Composite Panel Involving Periodic Arrays of Circular Fibers », in: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 63.7 (2015), p. 3168-3178, DOI: 10.1109/TAP.2015.2428735.
- [26] Michael Andersson, « Plane wave spectrum in radome applications », in: 2019 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2019, p. 0453-0458, DOI: 10.1109/ICEAA.2019.8878921.
- [27] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Available online: https://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch9.pdf, Rutgers University, 2002, chap. 9.
- [28] David K. Cheng, *Field and Wave Electromagnetics*, 2nd, Reading, MA: Addison-Wesley, 1989, chap. 11.
- [29] Max Born et Emil Wolf, *Principles of Optics*, 7th, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999, chap. 7.
- [30] Robert E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1990, chap. 5.

- [31] J. Ruiz-Cruz, J. Montejo-Garai et J. Rebolla, « Computer Aided Design of Waveguide Devices by Mode-Matching Methods », en, in: Passive Microwave Components and Antennas, sous la dir. de Vitaliy Zhurbenko, InTech, avr. 2010, ISBN: 978-953-307-083-4, doi: 10.5772/9403.
- [32] Robert E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1990, chap. 7.
- [33] « Beam Optics », in: Fundamentals of Photonics, John Wiley & Sons, Ltd, 1991, chap. 3, p. 80-107, ISBN: 9780471213741, DOI: https://doi.org/10.1002/0471213748.ch3, eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/0471213748.ch3, URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/0471213748.ch3.
- [34] James Stone et P. H. Hu, « Extended beam propagation by Gaussian modes », in : Optical Society of America Annual Meeting, Optica Publishing Group, 1991, FAA3, DOI: 10.1364/OAM.1991.FAA3, URL: https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=OAM-1991-FAA3.
- [35] A.E. SIEGMAN, « Hermite-gaussian functions of complex argument as optical-beam eigenfunctions », in: *J. Opt. Soc. Am.* 63.9 (sept. 1973), p. 1093-1094, DOI: 10.1364/JOSA.63.001093, URL: https://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=josa-63-9-1093.
- [36] Yu Xiao et al., « Laguerre-Gaussian mode expansion for arbitrary optical fields using a subspace projection method », in : *Opt. Lett.* 44.7 (avr. 2019), p. 1615-1618, DOI: 10.1364/OL.44.001615, URL: https://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-44-7-1615.
- [37] A.E. Siegman, « Laser beams and resonators : Beyond the 1960s », in : *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 6.6 (2000), p. 1389-1399, DOI: 10.1109/2944.902193.
- [38] Miguel A. Bandres et Julio C. Gutiérrez-Vega, « Ince-Gaussian modes of the paraxial wave equation and stable resonators », in: *J. Opt. Soc. Am. A* 21.5 (mai 2004), p. 873-880, DOI: 10.1364/JOSAA.21. 000873, URL: https://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-21-5-873.

- [39] Dennis Gabor, « Theory of communication. Part 1: The analysis of information », English, in: Journal of the Institution of Electrical Engineers Part III: Radio and Communication Engineering 93 (26 nov. 1946), 429-441(12), ISSN: 0367-7540, URL: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ji-3-2.1946.0074.
- [40] Anca Fluerasu, « Modélisation de champs dans le domaine spatiotemporel par une méthode de frame de Gabor : application à la caractérisation du canal indoor millimétrique », thèse de doct., 2003, 1 vol. (136 p.) URL : http://www.theses.fr/2003MARN0167.
- [41] Igor Francisco Arias Lopez, « Modélisation d'antennes et de systèmes focaux par décomposition sur une famille de faisceaux gaussiens », Theses, Institut National des Télécommunications, juin 2013, URL: https://theses.hal.science/tel-00879791.
- [42] Ihssan Ghannoum, Christine Letrou et Gilles Beauquet, « Utilisation de faisceaux gaussiens pour simuler la propagation en environnement complexe », in : JS '09 : Journées scientifiques d'URSI-France "Propagation et Télédétection", Paris, France, mars 2009, p. 265-268, url : https://hal.science/hal-00801775.
- [43] Delphine Lugara et al., « Frame-based Gaussian beam summation method: Theory and applications », in: *Radio Science* 38.2 (2003), p. 27-1-27-15, DOI: 10.1029/2001RS002593.
- [44] R. TAHRI et al., « Efficient and fast Gaussian beam-tracking approach for indoor-propagation modeling », in: Microwave and Optical Technology Letters 45.5 (2005), p. 378-381, DOI: https://doi.org/10.1002/mop. 20829, eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10. 1002/mop.20829, URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/mop.20829.
- [45] Ole Christensen, « A short introduction to frames, Gabor systems, and wavelet systems », in : Azerbaijan Journal of Mathematics 4 (jan. 2014).

- [46] E.A. FNAIECH et al., « Frame-based Gaussian beam shooting simulation of back-scattered fields in the presence of a building », in: 2014 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2014, p. 484-487, DOI: 10.1109/ICEAA.2014.6903902.
- [47] Alexandre Chabory, « Modélisation électromagnétique des radômes par des techniques basées sur les faisceaux gaussiens », thèse de doct., 2004, 1 vol. (252 p.) url.: http://www.theses.fr/2004T0U30240.
- [48] Alexandre Chabory et al., « Application of gaussian beam based techniques to the quasi-optical systems of radiofrequency radiometers », in: EuCAP 2010, 4th European Conference on Antennas and Propagation, 12 avr. 2010, pp 1, URL: https://hal-enac.archives-ouvertes.fr/hal-01022225.
- [49] Kevin Elis, Alexandre Chabory et Jerome Sokoloff, « 3D interaction of Gaussian beams with dichroic surfaces for the modeling of quasi-optical systems », in: 2012 15 International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics, 2012 15th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM 2012), Toulouse: IEEE, juin 2012, p. 1-5, ISBN: 978-1-4673-0290-6 978-1-4673-0292-0, DOI: 10.1109/ANTEM.2012.6262371, URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/6262371/.
- [50] Kevin Elis, « Modélisation par faisceaux gaussiens de systèmes quasioptiques intégrant des surfaces dichroïques pour la radiométrie millimétrique », thèse de doct., Université Paul Sabatier - Toulouse III, déc. 2012, URL: http://www.theses.fr/2012T0U30240.
- [51] A. W. LOVE, « The diagonal horn antenna », in: Microwave J. 0 (1962), (reprinted in A.W. Love, Electromagnetic Horn Antennas, IEEE, 1976, pp. 189-194.), p. 117-122, URL: https://cir.nii.ac.jp/crid/ 1570291225013118720.
- [52] J.F. Johansson et N.D. Whyborn, « The diagonal horn as a submillimeter wave antenna », in: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 40.5 (1992), p. 795-800, DOI: 10.1109/22.137380.

- [53] Constantine A. BALANIS, « Horn Antennas », in: Antenna Handbook, sous la dir. d'Y. T. Lo et S. W. LEE, Boston, MA: Springer US, 1988, p. 431-516, ISBN: 978-1-4615-6461-4 978-1-4615-6459-1, DOI: 10.1007/978-1-4615-6459-1\_8, URL: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-6459-1 8 (visité le 15/07/2024).
- [54] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Available online: https://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch21.pdf, Rutgers University, 2002, chap. 21.
- [55] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Available online: https://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch18.pdf, Rutgers University, 2002, chap. 18.
- [56] Daniel Bourreau, Alain Peden et Sandrick Maguer, « A Quasi-Optical Free-Space Measurement Setup Without Time-Domain Gating for Material Characterization in the W-Band », in: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 55 (jan. 2007), p. 2022-2028, DOI: 10.1109/TIM.2006.884283.
- [57] M. GOFF et al., « Ka Band Quasi Optical Test Bench using Focusing Horns », in: t. 2, nov. 1999, p. 240-243, DOI: 10.1109/EUMA.1999. 338455.
- [58] Bourlier Christophe et al., « S Matrix from a Two-Dimensional Slab Covered by Water Drops in W and J Bands: Comparison of a Full-Wave Method with Measurements », in: *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves* 45 (mars 2024), p. 1-20, DOI: 10.1007/s10762-024-00977-y.
- [59] Michal MRNKA et al., « Characterization of Smooth Dielectric Samples with Highly Focused Gaussian Beams in a Scatterometer », in: 2019 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz), 2019, p. 1-2, DOI: 10.1109/IRMMW-THz.2019.8874078.
- [60] Jin Cheng et al., « A Free-Space Complex Permittivity Test System Based on Gaussian Beam Model in 110170 GHz Range », in: *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* 23.1 (2024), p. 284-288, DOI: 10.1109/LAWP.2023.3323333.

- [61] Ryo Sakai et al., « Accurate Free-Space Measurement of Complex Permittivity With the Angular Spectrum Method », in: *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology* 13.4 (2023), p. 362-372, DOI: 10.1109/TTHZ.2023.3272041.
- [62] Michal MRNKA, Roger APPLEBY et Elena SAENZ, « Accurate S-Parameter Modeling and Material Characterization in Quasi-Optical Systems », in: IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology 12.2 (2022), p. 199-210, DOI: 10.1109/TTHZ.2021.3140201.
- [63] Zhenwei Zhang et al., « Quasi-Optical Measurement and Complex Refractive Index Extraction of Flat Plate Materials Using Single Time-Domain Transmission Model in Y-Band », in: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 70.11 (2022), p. 5224-5233, DOI: 10.1109/TMTT.2022.3198068.
- [64] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, Available online: https://eceweb1.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/ch5.pdf, Rutgers University, 2002, chap. 5.
- [65] Daniel Bourreau, Alain Peden et Sandrick Maguer, « A Quasi-Optical Free-Space Measurement Setup Without Time-Domain Gating for Material Characterization in the W-Band », in: Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on 55 (jan. 2007), p. 2022-2028, DOI: 10.1109/TIM.2006.884283.
- [66] Xiansheng Zhang et al., « A Free-Space Measurement Technique of Terahertz Dielectric Properties », in : *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves* 38 (mars 2017), DOI: 10.1007/s10762-016-0341-2.
- [67] Jade Carter et al., « Terahertz Properties of Common Microwave Dielectric Materials », in : *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves* 44 (oct. 2023), p. 1-12, DOI: 10.1007/s10762-023-00940-3.
- [68] Christophe Geuzaine et Jean-François Remacle, « Gmsh : A 3-D Finite Element Mesh Generator with built-in Pre- and Post-Processing Facilities », in : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79.11 (sept. 2009), p. 1309-1331, ISSN : 00295981, DOI : 10. 1002/nme.2579.

- [69] Daniel BOURREAU et Alain PÉDEN, « Solid and Non-Solid Dielectric Material Characterization for Millimeter and Sub-Millimeter Wave Applications », in : 2020 50th European Microwave Conference (EuMC), 2021, p. 909-912, DOI: 10.23919/EuMC48046.2021.9338045.
- [70] Sabri Khemis, « Mesure térahertz de faibles épaisseurs et détection de défauts aux interfaces pour les revêtements industriels : Avancées et applications », in : *e-journal of nondestructive testing* 28 (sept. 2023), DOI : 10.58286/28483.
- [71] Mats-Olof Mattsson et Myrtill Simkó, « Emerging medical applications based on non-ionizing electromagnetic fields from 0 Hz to 10 THz », in: Medical Devices (Auckland, N.Z.) 12 (12 sept. 2019), p. 347-368, ISSN: 1179-1470, DOI: 10.2147/MDER.S214152, URL: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6746309/ (visité le 02/10/2024).
- [72] Xiang YANG et al., « Biomedical Applications of Terahertz Spectroscopy and Imaging », in: Trends in Biotechnology 34.10 (2016), p. 810-824, ISSN: 0167-7799, DOI: https://doi.org/10.1016/j.tibtech.2016.04.008, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167779916300270.
- [73] Mengyang Cong et al., « Biomedical application of terahertz imaging technology: a narrative review », in: Quantitative Imaging in Medicine and Surgery 13.12 (2023), ISSN: 2223-4306, URL: https://qims.amegroups.org/article/view/117770.
- [74] Yujiao Zhao et al., « 0.14THz imaging system for security and surveillance », in: 2017 42nd International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz), 2017, p. 1-2, DOI: 10. 1109/IRMMW-THz.2017.8067175.
- [75] A. V. Shchepetilnikov et al., « Linear scanning system for THz imaging », in: Appl. Opt. 60.33 (nov. 2021), p. 10448-10452, DOI: 10.1364/A0.442060, URL: https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-60-33-10448.

- [76] Jin-Seob Kang, « One-Port Calibration Methods Applicable to Free-Space Material Measurement », in: 2022 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP), 2022, p. 293-294, DOI: 10.1109/ISAP53582.2022.9998744.
- [77] Daniel MEISTER et al., « A Survey on Bounding Volume Hierarchies for Ray Tracing », in: Computer Graphics Forum 40.2 (2021), p. 683-712, DOI: https://doi.org/10.1111/cgf.142662, eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/cgf.142662, URL: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/cgf.142662.
- [78] Marek Vinkler, Vlastimil Havran et Jiri Bittner, « Performance Comparison of Bounding Volume Hierarchies and Kd-Trees for GPU Ray Tracing », in: Computer Graphics Forum 35 (nov. 2015), n/a-n/a, DOI: 10.1111/cgf.12776.
- [79] Ernesto RIVERA-ALVARADO et Julio ZAMORA-MADRIGAL, « An Evaluation of Kd-Trees vs Bounding Volume Hierarchy (BVH) Acceleration Structures in Modern CPU Architectures », in: Tecnología en Marcha 36.2 (2023), p. 86-97, DOI: 10.18845/tm.v36i2.6098, URL: https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S0379-39822023000200086&script=sci\_arttext.
- [80] Tomas MÖLLER et Ben TRUMBORE, « Fast, Minimum Storage Ray-Triangle Intersection », in: *Journal of Graphics Tools* 2.1 (1997), p. 21-28, DOI: 10.1080/10867651.1997.10487468.
- [81] Bui Tuong Phong, « Illumination for computer generated pictures », in: Commun. ACM 18.6 (juin 1975), p. 311-317, ISSN: 0001-0782, DOI: 10.1145/360825.360839, URL: https://doi.org/10.1145/360825. 360839.
- [82] D.W. Metzger, J.D. Norgard et R.M. Sega, « Near-field patterns from pyramidal horn antennas: numerical calculation and experimental verification », in: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 33.3 (1991), p. 188-196, DOI: 10.1109/15.85132.

- [83] Kevin ELIS, « Modélisation par faisceaux gaussiens de systèmes quasioptiques intégrant des surfaces dichroïques pour la radiométrie millimétrique », thèse de doct., Université de Toulouse, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 17 déc. 2012, 193 p., URL: http://thesesups.upstlse.fr/1864/.
- [84] H. PATZELT et F. ARNDT, « Double-Plane Steps in Rectangular Wave-guides and Their Application for Transformers, Irises, and Filters », in: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 30.5 (1982), p. 771-776, DOI: 10.1109/TMTT.1982.1131135.
- [85] Feilong FENG, Jin LI et Runyang MO, « An mode-matching approach for ridge-guided wave investigation », in : Applied Mathematical Modelling 75 (2019), p. 236-249, ISSN: 0307-904X, DOI: https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.05.029, URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X19303269.
- [86] Junfeng Li, « Waveguide Simualtion Using Mode Matching Method », Accepted: 2014-10-28T18:21:29Z, Thesis, nov. 2014, URL: https://macsphere.mcmaster.ca/handle/11375/16236 (visité le 27/09/2024).
- [87] Eberhard Kuehn, « A mode-matching method for solving field problems in waveguide and resonator circuits », in : AEU International Journal of Electronics and Communications 27 (déc. 1973), p. 511-518.
- [88] A. Jostingmeier, M. Dohlus et N. Holtkamp, « Application of the mode matching technique to the analysis of waveguide arrays », in: 19th International Linear Accelerator Conference, oct. 1998.

### Liste des publications

- Daniel Bourreau, Gregory Gaudin, Paul Bouquin, Alain Peden. "Free space characterization in the millimeter and sub millimeter wave ranges: application to solid and non solid dielectric material properties Effect of rain on a radome", European Microwave Week, EuMA, Sep 2022, Milan, Italy. (hal-03877905)
- Alain Peden, Daniel Bourreau, Clément Henry, Gregory Gaudin. "Un banc de mesure de paramètres S en espace libre sans moyennage ni filtrage temporel : caractérisation de matériaux jusqu'à 330 GHz", JCMM 2023 : 17èmes Journées de Caractérisation Microondes et Matériaux, Apr 2023, Tours, France. (hal-04164234)
- Alain Peden, Daniel Bourreau, Gregory Gaudin. "Optimization of free space test bench in the j band for material characterization applications", EuMW, Sep 2023, Berlin, Germany. (hal-04164297)
- G. Gaudin, D. Bourreau, C. Henry and A. Peden, "Modeling of Quasi-Optical Systems and Measurements with a Cobot in the J-Band," 2024 18th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Glasgow, United Kingdom, 2024, pp. 1-5, doi:10.23919/EuCAP60739.2024.10501609.
- Gregory Gaudin, Daniel Bourreau, Clément Henry, Alain Peden. "Modélisation de systèmes quasi-optiques dédiés à la caractérisation de matériaux et à l'imagerie en bande J (220-330 GHz)", JNM 2024 : 23ème Journées Nationales Microondes, Jun 2024, Antibes Juan-Les-Pins, France. (hal-04631622)
- Gregory Gaudin, Clément Henry, Daniel Bourreau, Alain Peden. "High frequency modeling of a quasi-optical characterization bench", 42<sup>nd</sup> ESA Antenna Workshop: Antenna Technologies for Future Space Missions, Nov 2024, ESA-ESTEC, Noordwijk, The Netherlands. (hal-04795549v1)

#### Accepté pour publication à l'IJWT:

— Gregory Gaudin, Clément Henry, Daniel Bourreau, Alain Peden. "Modelling of a Millimetre- and Submillimetre-Wave Free-Space Characterisation Bench", in: International Journal of Microwave and Wireless Technologies, Submitted July 2024.

## Glossaire et Acronymes

ARV Analyseur de Réseau Vectoriel. 64, 69, 70, 96, 99

BVH Bounding Volume Hierarchy (structure d'accelération). 128, 129, 135

CAO Conception Assisté par Ordinateur. 93

CND Contrôle Non Destructif. 1

DFG Décomposition en Faiseaux Gaussiens. 73

**FDTD** Finite Differences in Time Domain (Eléments Finis dans le Domaine Temporel). 2

FGVG Faisceau Gaussien Vectoriel Généralisé. 18, 20, 32

**FMM** Fourier Modal Method (Méthode modale de Fourier). 34

GO Geometrical Optics (Optique Géométrique). 2

**GOLA** Gaussian Optic Lens Antenna, antenne focalisante à faisceau gaussien. 64, 78, 80–82, 92–97, 99, 102

**MoM** *Method of Moments* (Méthode des moments, dans le domaine fréquenciel). 2

MUT Material Under Test (Matériaux sous test). 64, 66, 72, 86, 99

**PO** Physical Optics (Optique Physique). 2

PTFE PolyTetraFluoroEthylene. 72

**QO** Quasi-Optique. 2

SFG Suivi de Faiseaux Gaussiens. 73

**TEM** Transverse Electro-Magnétique. 16

**THz** Térahertz. 1–3

**TRL** Thru-Reflect-Line (méthode de calibrage). 71, 76, 80, 82, 83, 90, 93, 94, 120





**Titre :** Modélisation de systèmes quasi-optiques THz et de composants originaux pour la mesure de signaux THz

Mot clés: Électromagnétisme, THz, Faisceaux gaussiens, Quasi-Optique

Résumé: Le rayonnement térahertz (THz) suscite un intérêt croissant grâce à sa capacité à pénétrer divers matériaux non conducteurs, tels que les plastiques, les céramiques et les textiles. Il est utilisé dans de nombreuses applications, allant des télécommunications au contrôle non destructif des matériaux en passant par la sécurité et les technologies biomédicales, et nécessitant des systèmes quasi-optiques pour manipuler ces ondes.

Dans ce contexte, la simulation de sys-

tèmes quasi-optiques complexes est essentielle pour concevoir des dispositifs plus performants. Cette thèse examine l'utilisation de méthodes asymptotiques, en particulier la décomposition d'un champ électromagnétique en faisceaux gaussiens (FG), pour modéliser l'interaction des ondes THz avec des composants quasi-optiques. Après avoir présenté le formalisme des faisceaux gaussiens, le simulateur développé est utilisé pour modéliser des bancs de caractérisation de matériaux en espace libre dans les bandes W et J, puis un dispositif focalisant employé pour l'imagerie THz.

Title: Modelling of quasi-optical systems and original components for THz signal measurement

Keywords: Electromagnetisme, THz Gaussian Beams, Quasi-Optical

**Abstract:** Terahertz (THz) radiation is gaining increasing attention due to its ability to penetrate various non-conductive materials such as plastics, ceramics, and textiles. It is used in numerous applications, including telecommunications, non-destructive material testing, security, and biomedical technologies, all of which requiring quasi-optical systems to manipulate these waves.

In this context, simulating complex quasioptical systems is essential for designing more efficient devices. This thesis examines the use of asymptotic methods, such as the decomposition of an electromagnetic field into Gaussian beams (GB), to model the interaction of THz waves with quasi-optical components. After presenting the formalism of Gaussian beams, the developed simulator is used to model free-space material characterisation setups in the W and J bands, followed by the modeling of a focusing device for THz imaging.