



**HAL**  
open science

# Synchronisation de Trame pour les Transmissions de Paquets Courts

Alex The Phuong Nguyen, Raphaël Le Bidan, Frédéric Guilloud

► **To cite this version:**

Alex The Phuong Nguyen, Raphaël Le Bidan, Frédéric Guilloud. Synchronisation de Trame pour les Transmissions de Paquets Courts. GRETSI 2019 XXVIIème Colloque francophone de traitement du signal et des images, Aug 2019, Lille, France. hal-02166547

**HAL Id: hal-02166547**

**<https://imt-atlantique.hal.science/hal-02166547>**

Submitted on 26 Jun 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Synchronisation de Trame pour les Transmissions de Paquets Courts

Alex The Phuong NGUYEN<sup>1</sup>, Raphaël LE BIDAN<sup>1</sup>, Frédéric GUILLOUD<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IMT Atlantique, Lab-STICC, UBL, 29238 Brest, France

thephuong.nguyen@imt-atlantique.fr, raphael.lebidan@imt-atlantique.fr  
frederic.guilloud@imt-atlantique.fr

**Résumé** – Nous considérons la transmission continue de paquets de petite taille, constitués d’informations de synchronisation (SW) et d’information à transmettre (mot de code). Pour les paquets courts, le sur-coût apporté par SW n’est plus négligeable : un compromis s’impose en fonction de la façon dont la puissance d’émission totale est répartie entre SW et le mot de code, ou de la façon dont la longueur totale est répartie sur SW et sur le mot de code. En supposant des codes à longueur finie optimaux, nous développons des bornes supérieures sur la probabilité d’erreur de synchronisation dans deux cas distincts : le cas où SW est concaténé aux symboles codés et le cas où SW est superposé aux symboles codés. Puis nous utilisons ces bornes pour caractériser ce compromis. Les résultats de simulation montrent que les bornes et l’analyse proposées sont pertinentes et facilitent la conception de systèmes de communication à paquets courts.

**Abstract** – We consider the transmission of successive short packets. Each of them combines information to be transmitted (codeword) with information for synchronizing the frame (SW). For short packets, the cost of including SW is no longer negligible and its design requires careful optimization. In particular, a trade-off arises depending on the way the total transmit power is split among the SW and the codeword, or on the way the total frame length is split among the SW length and the codeword length. Assuming optimal finite-length codes, we develop tight upper bounds on the probability of erroneous synchronization, for both frames with concatenated SW and frames with superimposed SW. We use these bounds to optimize this trade-off. Simulation results show that the proposed bounds and analysis have practical relevance for short-packet communication system design.

## 1 Introduction

Les nouveaux systèmes de communications, tels que les communications massives entre machines (mMTC), ou les communications ultra-fiables à faible latence (URLLC), ont stimulé l’intérêt pour les transmissions de paquets courts. En particulier, des progrès significatifs ont été réalisés dans la caractérisation du taux de codage maximal pouvant être atteint par les meilleurs codes de canal à longueur finie [1]. Ces résultats supposent cependant une synchronisation de trame (Frame Synchronization, FS) idéale ainsi qu’une estimation parfaite de l’état du canal au niveau du récepteur. Ces deux opérations nécessitent un surcoût lors de la transmission qui n’est plus négligeable pour les paquets courts. L’approche habituelle consiste à incorporer une séquence connue (synchronization word, SW) au paquet transmis et à le rechercher dans le signal reçu. Le SW réduit non seulement l’efficacité spectrale, mais aussi la longueur du code si la taille totale des paquets est limitée, ou la puissance de transmission du code si la puissance totale est limitée. Inversement, le raccourcissement de la longueur du SW ou la diminution de sa puissance dégrade la performance de FS. Le même problème se pose avec l’estimation de canal dont l’étude a été conduite dans [2]. Une analyse similaire est effectuée ici pour le problème de la synchronisation de trame.

Un SW peut être inclus dans une trame soit comme un entête concaténé aux symboles codés d’information, soit par superposition à ces symboles [3]. On distingue deux approches

pour effectuer une synchronisation trame à l’aide d’un SW. La première repose sur des tests d’hypothèses binaires et est particulièrement adaptée aux transmissions sporadiques, comme décrit dans [4, 5] pour la modulation binaire ou  $M$ -PSK.

Une approche alternative est possible pour les *transmissions continues* de paquets. Bien que les tests d’hypothèses binaires s’appliquent toujours, il est possible d’obtenir une meilleure performance en utilisant le critère du maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood, ML) qui permet d’obtenir la synchronisation trame la plus vraisemblable parmi un ensemble de positions possibles.

Dans cet article, nous nous concentrons sur la transmission continue de paquets courts de taille fixée avec des SW intégrés périodiquement (diffusion, réseaux sans fil denses). Nous nous intéressons alors à la première synchronisation d’un récepteur qui souhaite commencer à recevoir ce flux de données continu. Dans ce contexte, nous proposons dans cet article une comparaison entre la structure par concaténation du SW notée TSC et celle par superposition notée TSS. Nous dérivons des expressions simples qui peuvent être utilisées pour optimiser le compromis entre les performances de synchronisation et de décodage en utilisant les résultats de [1]. Un problème similaire a été abordé dans [6] mais mettant en oeuvre un test d’hypothèse sur des transmissions sporadiques. Dans le cas des transmissions continues, les calculs et les résultats sont différents. Ainsi, le travail proposé dans cet article et celui de [6] sont complémentaires.

Cet article est organisé comme suit. Le modèle de système est décrit dans la section 2. La section 3 présente le critère à minimiser. Les limites supérieures de la probabilité d'erreur de synchronisation sont développées dans la section 4. Les évaluations numériques et les comparaisons sont illustrées dans la section 5.

Notations : Les notations  $\mathbf{x}_{\mathcal{F}(n)}$ ,  $\mathbf{x}_{\mathcal{L}(n)}$  et  $\mathbf{x}_{i:(n)}$  représentent respectivement les  $n$  premiers éléments, les  $n$  derniers éléments et les  $n$  éléments à partir de la position  $i$  du vecteur  $\mathbf{x}$ .  $X \stackrel{d}{=} Y$  signifie que  $X$  et  $Y$  suivent la même distribution.  $F_Z(\cdot)$  est la fonction de répartition de  $Z$  et  $\mathcal{Q}(\cdot)$  est la fonction de répartition complémentaire de la loi normale.  $\chi_k^2(\lambda)$  est la distribution chi-2 non centrée à  $k$  degrés de liberté et paramètre  $\lambda$ .

## 2 Modèle du système

La figure 1 illustre les deux structures étudiées. La synchronisation se fait à partir de l'observation des  $N$  symboles consécutifs reçus mémorisés dans le buffer  $\mathbf{Y}$  en pointillés sur la figure.

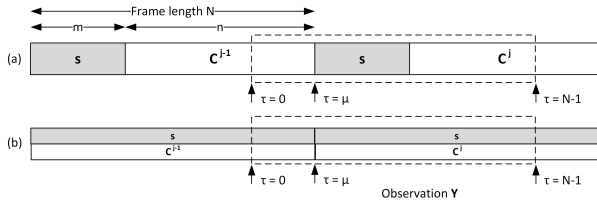


FIGURE 1 – (a) SW concaténé et (b) SW superposé.

- **Structure TSC.** Nous considérons la transmission continue des trames  $\mathbf{X}$  de  $N$  symboles constituées par la *concaténation* d'un SW fixé  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^m$  et d'un mot de code (CW) aléatoire  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^n$ ,  $N = m + n$ . Comme dans [7] nous supposons que  $m < N/2$ . L'énergie de SW est donnée par  $\|\mathbf{s}\|^2 = m\rho_s$  où  $\rho_s$  est l'énergie moyenne par symboles de SW.  $\mathbf{C}$  a un taux  $R = k/n$  bits/symbole et une énergie constante  $\|\mathbf{C}\|^2 = n\rho_c$  où  $\rho_c$  est l'énergie moyenne par symbole du code. La trame a une énergie totale  $\|\mathbf{X}\|^2 = N\rho_t = m\rho_s + n\rho_c$ . Nous supposons en outre que les CW sont distribués uniformément sur une hypersphère de rayon  $\sqrt{n\rho_c}$ . Cette hypothèse est motivée par la preuve du théorème de Shannon sur les codes optimaux atteignant la capacité des canaux gaussiens et qui sont composés d'un empilement dense de points dans une sphère de  $\mathbb{C}^n$ .

Nous notons  $0 \leq \mu < N$  le début de la trame dans  $\mathbf{Y}$ . Ainsi la mémoire du récepteur contient les  $\mu$  derniers symboles de la trame précédente  $\mathbf{X}^{j-1}$  suivis par les  $N - \mu$  premiers symboles de la trame actuelle  $\mathbf{X}^j$  :  $\mathbf{Y} = [\mathbf{X}_{\mathcal{L}(\mu)}^{j-1}; \mathbf{X}_{\mathcal{F}(N-\mu)}^j] + \mathbf{W}$  où  $\mathbf{W} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_N)$ . Comme la variance du bruit additif est normalisée à un,  $\rho_t$  peut être considéré comme le rapport signal sur bruit (SNR).

- **Structure TSS.** La structure TSS est similaire à TSC sauf que le SW  $\mathbf{s}$  est *superposé* à CW  $\mathbf{C}$  pour former une trame  $\mathbf{X} = \mathbf{s} + \mathbf{C}$  (figure 1) :  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{X}$  ont ainsi des tailles identiques,

i.e.  $N = m = n$ . L'énergie de la trame est donc  $\|\mathbf{X}\|^2 = N\rho_t = m\rho_s + n\rho_c$  et  $\rho_t = \rho_s + \rho_c$ .

## 3 Énoncé de problème

La probabilité d'erreur de décodage de trame dépend de la probabilité de synchronisation de trame et de la probabilité de décodage conditionnée par la synchronisation ou pas de la trame. En négligeant la probabilité de décodage de la trame conditionnellement à sa non-synchronisation, la probabilité d'erreur de décodage de la trame (FER) peut être bornée par

$$P_E = 1 - (1 - P_f(m, \rho_s, n, \rho_c))(1 - P_d(n, R, \rho_c)) \quad (1)$$

où  $P_f(m, \rho_s, n, \rho_c)$  est la probabilité d'erreur de synchronisation et où  $P_d(n, R, \rho_c)$  est la probabilité d'erreur de décodage conditionnellement à une bonne synchronisation trame.

L'objectif est de rendre  $P_E$  aussi faible que possible à taille de trame  $N$  fixée et à énergie  $\|\mathbf{X}\|^2$  fixée. Plus la puissance allouée à SW sera grande ou plus sa longueur augmente, plus la synchronisation sera performante, mais plus la performance de décodage sera dégradée, et vice versa. Par conséquent, le compromis entre les performances de décodage et de synchronisation à une taille de trame totale  $N$  et à puissance totale transmise  $\|\mathbf{X}\|^2$  fixées peut être caractérisé par le problème d'allocation de puissance générique suivant :

$$\hat{\beta} = \underset{0 \leq \beta \leq 1}{\operatorname{argmin}} P_E \quad (2)$$

où nous introduisons  $\beta \triangleq \|\mathbf{s}\|^2 / \|\mathbf{X}\|^2$ . Nous proposons par la suite de résoudre (2) en utilisant des expressions analytiques pour  $P_f$  et  $P_d$ . Pour  $P_d$ , nous avons recours à la limite supérieure RCU pour un taux de  $R$  bits/symboles d'un code à longueur finie  $n$  et pour un SNR  $\rho_c$  [1, Th. 16]. L'évaluation de  $P_f$  est l'objet de la section suivante.

## 4 Probabilité d'erreur de détection

- **Borne supérieure de la probabilité.** Pour un vecteur reçu  $\mathbf{y}$ , la synchronisation trame ML consiste à évaluer une métrique  $f(\mathbf{y}, \tau)$  pour chaque emplacement possible  $0 \leq \tau < N$  du SW dans le buffer  $\mathbf{Y}$ , puis à sélectionner la position  $\hat{\tau}$  ayant la métrique la plus élevée :  $\hat{\tau} = \underset{0 \leq \tau < N}{\operatorname{argmax}} f(\mathbf{y}, \tau)$ .

La probabilité d'erreur de synchronisation est définie comme

$$P_f = \Pr \{ \hat{\tau} \neq \mu \} = \Pr \left\{ \bigcup_{\tau \neq \mu} [f(\mathbf{Y}, \mu) \leq f(\mathbf{Y}, \tau)] \right\}. \text{ Le calcul de } P_f \text{ est difficile car les événements } [f(\mathbf{Y}, \mu) \leq f(\mathbf{Y}, \tau)]$$

ne sont généralement pas disjoints. Nous avons donc recours à la borne de l'union  $P_{f,u} \triangleq \sum_{\tau \neq \mu} \mathcal{P}_e(\tau)$  où la probabilité par paire  $\mathcal{P}_e(\tau) \triangleq \Pr \{ f(\mathbf{Y}, \mu) \leq f(\mathbf{Y}, \tau) \}$ . Dans ce qui suit, nous exprimons  $\mathcal{P}_e(\tau)$  pour la métrique par corrélation.

- **Utilisation de la métrique de corrélation** C'est une métrique usuelle pour la synchronisation de trame [8, Ch.3, P.69] :

$$\hat{\tau} = \underset{0 \leq \tau < N}{\operatorname{argmax}} \operatorname{Re} \{ \mathbf{s}^H \mathbf{y}_{\tau:(m)} \} \triangleq \underset{0 \leq \tau < N}{\operatorname{argmax}} f_c(\mathbf{y}, \tau) \quad (3)$$

où l'on suppose une indexation circulaire de  $\mathbf{y}_{\tau:(m)}$  et un récepteur cohérent (pas de déphasage).

• **Structure TSC.** L'évaluation de  $\mathcal{P}_e(\tau)$  pour la métrique de corrélation  $f_C(\mathbf{y}, \tau)$  nécessite de caractériser la distribution de probabilité de  $f_C(\mathbf{Y}, \mu)$  et  $f_C(\mathbf{Y}, \tau)$  pour  $\tau \neq \mu$ . Deux cas doivent être distingués selon que le calcul de ces deux métriques se chevauche ou non. Pour  $|\tau - \mu| \geq m$  et sachant que  $m < N/2$ ,  $f_C(\mathbf{Y}, \mu)$  et  $f_C(\mathbf{Y}, \tau)$  sont calculés à partir de symboles distincts, et sont donc indépendants. Par contre, pour  $|\tau - \mu| < m$ ,  $f_C(\mathbf{Y}, \mu)$  et  $f_C(\mathbf{Y}, \tau)$  se chevauchent sur  $m - |\tau - \mu|$  et l'hypothèse d'indépendance n'est plus valable. Soit  $\mathcal{P}_{e,\text{up}}(\tau) \triangleq \mathcal{P}_e(\tau)$  pour  $|\tau - \mu| \geq m$  et  $\mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau) \triangleq \mathcal{P}_e(\tau)$  pour  $|\tau - \mu| < m$ . La borne de l'union sur la probabilité d'erreur de synchronisation devient :

$$P_{f,u} = (N - 2m + 1)\mathcal{P}_{e,\text{up}}(\tau) + \sum_{|\tau - \mu| < m; \tau \neq \mu} \mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau) \quad (4)$$

L'évaluation de  $P_{f,u}$  nécessite la distribution des coordonnées de  $\mathbf{C}$ , fournie par le théorème suivant :

**Théorème 4.1** (Distribution des coordonnées de  $\mathbf{C}$ ). *Soit  $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^n$  distribué uniformément sur une hypersphère de rayon  $\sqrt{n\rho_c}$ . La densité de probabilité de la partie réelle (ou imaginaire) de la  $j$ -ième coordonnée est donnée par :  $p_{C_j^{\text{Re}}}(z) = p_{C_j^{\text{Im}}}(z) =$*

$$\frac{1}{\sqrt{n\rho_c} \mathcal{B}(n - \frac{1}{2}, \frac{1}{2})} \left(1 - \frac{z^2}{n\rho_c}\right)^{n - \frac{3}{2}} \text{ où } \mathcal{B}(x, y) \text{ est la fonction Beta.}$$

*Esquisse d'épreuve.*  $C_j^{\text{Re}} = \sqrt{n\rho_c} U_k / \sqrt{\sum_{i=0}^{2n-1} U_i^2}$  où  $U_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$  sont indépendants et  $k = 2j$ . Comme la distribution de  $C_j^{\text{Re}}$  est symétrique, il suffit de considérer le cas  $z < 0$ . Donc  $F_{C_j^{\text{Re}}}(z) = \frac{1}{2} \Pr \left\{ \frac{U_k^2}{\sum_{i \neq k} U_i^2} \geq \frac{z^2}{n\rho_c - z^2} \right\}$  où apparaît une loi en  $F$  du rapport de deux  $\chi^2$  non centrées indépendantes. ■

Afin de simplifier l'analyse, le prochain Lemme propose une approximation gaussienne des coordonnées  $\mathbf{C}$ .

**Lemme 4.2** (Approximation normale des coordonnées de  $\mathbf{C}$ ). *Si  $n$  augmente,  $C_j^{\text{Re}}$  peut être approximé par  $\mathcal{N}\left(0, \rho_c \frac{n}{2n-3}\right)$ .*

*Esquisse d'épreuve.* La loi de  $U = \sqrt{\frac{2n-3}{n\rho_c}} C_j^{\text{Re}}$  est donnée par  $p_U(u) = A_1(n) \left(1 - \frac{u^2}{2n-3}\right)^{\frac{2n-3}{2}}$  qui est bien approximée par  $A_2(n)e^{-u^2/2}$  si  $n$  augmente,  $A_1(n), A_2(n)$  étant des fonctions de normalisation de la densité. Donc  $U \sim \mathcal{N}(0, 1)$  et  $C_j^{\text{Re}}$  est approximé par  $\mathcal{N}\left(0, \rho_c \frac{n}{2n-3}\right)$ . ■

Évaluation de  $\mathcal{P}_{e,\text{up}}(\tau)$  : pour  $|\tau - \mu| \geq m$ ,  $f_C(\mathbf{Y}, \tau) = \text{Re}\{\mathbf{s}^H(\mathbf{C}_{\tau:(m)} + \mathbf{W}_{\tau:(m)})\}$ . Comme les distributions de  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{W}$  sont isotropes, nous choisissons  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 \triangleq [\|\mathbf{s}\|, 0, \dots, 0]^T$ , et ainsi  $f_C(\mathbf{Y}, \tau) \triangleq \|\mathbf{s}\| (\text{Re}\{\mathbf{C}_{\mathcal{F}(1)} + \mathbf{W}_{\mathcal{F}(1)}\})$ . La distribution de  $f_C(\mathbf{Y}, \tau)$  peut alors être obtenue en utilisant la fonction génératrice des moments de  $\text{Re}\{\mathbf{C}_{\mathcal{F}(1)}\}$  (Théorème 4.1), ou en utilisant le Lemme 4.2, ce qui est l'approche retenue ici, pour

avoir  $\mathcal{N}\left(0, \left(\frac{1}{2} + \rho_c \frac{n}{2n-3}\right) \|\mathbf{s}\|^2\right)$ . De même,  $f_C(\mathbf{Y}, \mu)$  suit  $\mathcal{N}\left(\|\mathbf{s}\|^2, \frac{\|\mathbf{s}\|^2}{2}\right)$ . Alors,  $\mathcal{P}_{e,\text{up}}(\tau) \approx \mathcal{Q}\left(\|\mathbf{s}\| / \sqrt{1 + \rho_c \frac{n}{2n-3}}\right)$ .

Évaluation de  $\mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau)$  : nous considérons d'abord  $0 < \tau - \mu < m$ . Nous décomposons  $\Delta_f \triangleq f_C(\mathbf{Y}, \mu) - f_C(\mathbf{Y}, \tau)$  en éléments indépendants en définissant  $\mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_{\mu:(\tau-\mu)}$ ,  $\mathbf{W}_2 = \mathbf{W}_{\tau:(m-\tau+\mu)}$ ,  $\mathbf{W}_3 = \mathbf{W}_{\mu+m:(\tau-\mu)}$ ,  $\mathbf{s}_{11} = \mathbf{s}_{\mathcal{F}(\tau-\mu)}$ ,  $\mathbf{s}_{12} = \mathbf{s}_{\mathcal{L}(m-\tau+\mu)}$ ,  $\mathbf{s}_{22} = \mathbf{s}_{\mathcal{F}(m-\tau+\mu)}$  et  $\mathbf{s}_{23} = \mathbf{s}_{\mathcal{L}(\tau-\mu)}$ . En appliquant le Lemme 4.2,  $\Delta_f \sim \mathcal{N}(\nu_1, \sigma_1^2)$  avec  $\nu_1 = \|\mathbf{s}\|^2 - \text{Re}\{\mathbf{s}_{\mathcal{F}(m-\tau+\mu)}^H \mathbf{s}_{\mathcal{L}(m-\tau+\mu)}\}$  et  $\sigma_1^2 = \nu_1 + \|\mathbf{s}_{\mathcal{L}(\tau-\mu)}\|^2 \rho_c \frac{n}{2n-3}$ , et ainsi  $\mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau) \approx \mathcal{Q}(\nu_1/\sigma_1)$ . Un raisonnement similaire pour  $-m < \tau - \mu < 0$  conduit à  $\Delta_f \sim \mathcal{N}(\nu_2, \sigma_2^2)$  où  $\nu_2 = \|\mathbf{s}\|^2 - \text{Re}\{\mathbf{s}_{\mathcal{L}(m-\mu+\tau)}^H \mathbf{s}_{\mathcal{F}(m-\mu+\tau)}\}$  et  $\sigma_2^2 = \nu_2 + \|\mathbf{s}_{\mathcal{F}(\mu-\tau)}\|^2 \rho_c \frac{n}{2n-3}$ , et ainsi  $\mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau) \approx \mathcal{Q}(\nu_2/\sigma_2)$ . On note que contrairement à  $\mathcal{P}_{e,\text{up}}(\tau)$ ,  $\mathcal{P}_{e,\text{lo}}(\tau)$  dépend de  $\mathbf{s}$ .

• **Structure TSS.** Cette structure est étudiée dans [9] et nous rappelons ici les principaux éléments : en appliquant [2, Lemme 1], la distribution de  $(\mathbf{X} + \mathbf{W})$  est bien approximée par  $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, (1 + \rho_c)\mathbf{I}_N)$  au sens de la divergence Kullback-Leibler. Par conséquent, l'observation  $\mathbf{Y}$ , qui est la concaténation de deux parties de deux trames consécutives est aussi bien approximée par  $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, (1 + \rho_c)\mathbf{I}_N)$ . En appliquant cette approximation aux  $f_C(\mathbf{Y}, \mu) = \|\mathbf{s}\|^2 + \text{Re}\{\mathbf{s}_{\mu:(m)}^H \mathbf{Y}\}$  et  $f_C(\mathbf{Y}, \tau) = \text{Re}\{\mathbf{s}_{\tau:(m)}^H \mathbf{s}_{\mu:(m)} + \mathbf{s}_{\tau:(m)}^H \mathbf{Y}\}$ ,  $\mathcal{P}_e(\tau) \approx \mathcal{Q}(\nu_3/\sigma_3)$  où  $\nu_3 = \|\mathbf{s}\|^2 - \text{Re}\{\mathbf{s}_{\tau:(m)}^H \mathbf{s}_{\mu:(m)}\}$  et  $\sigma_3^2 = \frac{1+\rho_c}{2} \|\mathbf{s}_{\mu:(m)} - \mathbf{s}_{\tau:(m)}\|^2$ .

Cette probabilité d'erreur par paire  $\mathcal{P}_e(\tau)$  peut être simplifiée davantage dans le cas où l'auto-corrélation de  $\mathbf{s}$  est idéale  $\text{Re}\{\mathbf{s}_{\tau:(m)}^H \mathbf{s}_{\mu:(m)}\} = \delta(\tau - \mu)$  (e.g. avec séquences Zadoff-Chu). La borne de l'union pour la probabilité d'erreur de synchronisation est ensuite obtenue par  $P_{f,u} = (N - 1)\mathcal{P}_e(\tau)$ .

## 5 Résultats numériques et conclusion

L'évaluation numérique du sur-coût (overhead) optimal (rapport de longueur pour TSC et rapport de puissance pour TSS) au sens de la minimisation de la probabilité d'erreur (1) est faite en utilisant des séquences Zadoff-Chu (ZC) de racine 1 pour le SW  $\mathbf{s}$ , imposant ainsi des longueurs de trames impaires pour la structure TSS. Sur la figure 2, les bornes proposées dans cet article illustrant la valeur de  $P_E$  en fonction du sur-coût sont comparées aux résultats issus de simulations de Monte Carlo pour des trames de longueur  $N = 129$  transportant  $k = 65$  bits d'information pour trois SNR différents : leur superposition nous permettent de valider ces bornes. On constate également que le sur-coût optimal augmente avec le SNR et que les performances TSC et TSS sont équivalentes.

Sur la figure 3, une taille de trame fixe de  $N = 129$  est également considérée pour un SNR fixé à 2dB et les bornes de performances des TSS et TSC sont proposées pour trois débits différents. Dans ce cas, seules les probabilités de décodage augmentent lorsque le débit augmente, à sur-coût fixé. En revanche,

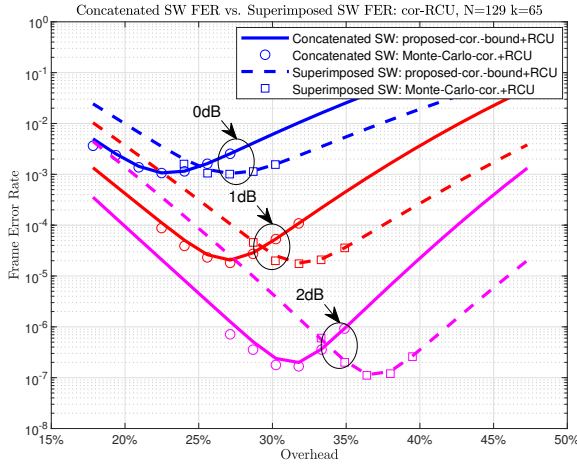


FIGURE 2 – Comparaison de  $P_E$  entre TSC (supposant puissance uniforme  $\rho_s = \rho_c = \rho_t$ ) et TSS. Taille de trame  $N = 129$  transportant  $k = 65$  bits dans plusieurs SNR  $\rho_t$ .

la probabilité d'erreur de synchronisation ne dépend plus que du sur-coût.

Enfin, l'évolution à débit et SNR fixés du sur-coût optimal en fonction de la taille de trame est illustrée sur la figure 4. On constate qu'il a tendance à diminuer lorsque la taille de trame augmente.

Dans les trois cas illustrés précédemment, on constate l'équivalence entre les performances optimales des TSC et TSS pour la synchronisation d'un flux continu de trames courtes et le gain apporté par l'optimisation du sur-coût nécessaire à la synchronisation.

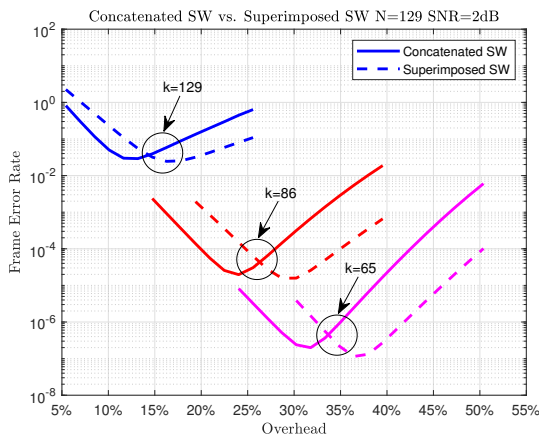


FIGURE 3 – Impact de rate  $k/N$ . Taille de trame  $N = 129$  transportant 129, 86, 65 bits à SNR = 2dB.

## Références

[1] Y. Polyanskiy, H. V. Poor, and S. Verdú, "Channel coding rate in the finite blocklength regime," *IEEE Transac-*

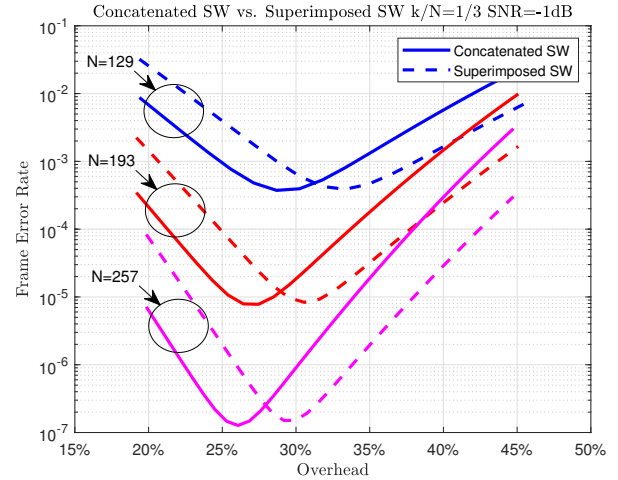


FIGURE 4 – Impact de taille de trame  $N$  avec  $k = \lceil N/3 \rceil$  à SNR = -1dB.

*tions on Information Theory*, vol. 56, no. 5, pp. 2307–2359, 2010.

- [2] J. Östman *et al.*, "Short packets over block-memoryless fading channels : Pilot-assisted or noncoherent transmission?" *IEEE Transactions on Communications*, vol. 67, no. 2, pp. 1521–1536, Feb 2019.
- [3] Y. Wang, J. Oostveen, A. Filippi, and S. Wesemann, "A novel preamble scheme for packet-based OFDM WLAN," in *2007 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*. IEEE, 2007, pp. 1481–1485.
- [4] M. Chiani and M. G. Martini, "On sequential frame synchronization in AWGN channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 54, no. 2, pp. 339–348, 2006.
- [5] A. Elzanaty *et al.*, "Frame synchronization for M-ary modulation with phase offsets," in *IEEE 17th Int. Conf. on Ubiquitous Wireless Broadband (ICUWB)*, Salamanca, Spain, 2017, pp. 1–6.
- [6] A.-S. Bana *et al.*, "Short packet structure for Ultra-Reliable Machine-type Communication : Tradeoff between detection and decoding," in *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Proc. (ICASSP)*. Calgary, Alberta, Canada : IEEE, 2018, pp. 6608–6612.
- [7] M. Chiani and M. G. Martini, "Analysis of optimum frame synchronization based on periodically embedded sync words," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55, no. 11, pp. 2056–2060, 2007.
- [8] F. Ling, "Signal Model and ML Detection of Known Symbol Sequence in Received Signal," in *Synchronization in Digital Communication Systems*. Cambridge University Press, 2017, ch. 3, p. 69.
- [9] A. T. P. Nguyen, R. Le Bidan, and F. Guilloud, "Superimposed Frame Synchronization Optimization for Finite Blocklength Regime," in *2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC) Workshops*. IEEE, 2019.